

## AVERTISSEMENT

*Les notes ci-après, relatives à la modélisation des différents organes sont donnés à titre exemplatif, et ne constituent nullement un mode de calcul obligé.*

<i>CHAPITRE 2. CONCEPTION ET VÉRIFICATION DES CONTRAINTES DE LA BIELLE . .</i>	<i>- B2.1 -</i>
<i>FICHE BIELLE 2 : PIEDS de BIELLE . . . . .</i>	<i>- B2.1 -</i>
<i>2.2. Pied de la bielle : vérification des contraintes . . . . .</i>	<i>- B2.1 -</i>
<i>2.2.1. Hypothèse n °1 : transmission de l'effort par deux "génératrices de contact" .</i>	<i>- B2.1 -</i>
<i>2.2.2. Hypothèse n °2 : forces ponctuelles obliques . . . . .</i>	<i>- B2.3 -</i>
<i>2.2.3. Hypothèse n °3 : axe du piston ajusté dans le coussinet du pied de bielle . . . . .</i>	<i>- B2.4 -</i>

## CHAPITRE 2. CONCEPTION ET VÉRIFICATION DES CONTRAINTES DE LA BIELLE

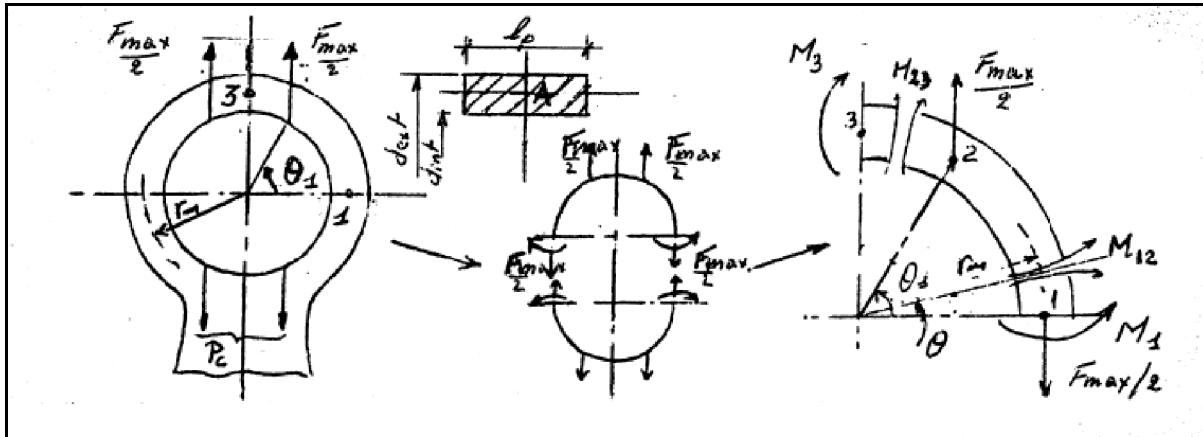
### FICHE BIELLE 2 : PIEDS de BIELLE

#### 2.2. Pied de la bielle : vérification des contraintes

##### 2.2.1. Hypothèse n°1 : transmission de l'effort par deux "génératrices de contact"

{Réf. 16 et 6}

Dans cette première hypothèse nous considérerons le pied de bielle comme un anneau chargé symétriquement de deux charges ponctuelles. (Voir **fig. B2.1.**).



*fig. B2.1. - {Réf. 6}*

Cet anneau ayant une double symétrie, nous en étudierons le quart. Ce faisant, au droit des coupures (1) et (3) apparaissent des efforts tranchants  $V$  et des efforts normaux  $N$  en plus des moments fléchissants  $M_f$ . Mais :

De par la symétrie : efforts tranchants nuls :  $V_{(1)} = V_{(3)} = 0$

De par l'équilibre : efforts normaux :  $N_{(3)} = 0$  et  $N_{(1)} = F_{\max}/2$

#### A) Recherche des moments fléchissants

Nous pouvons déduire les moments fléchissants existant dans les diverses parties du pied de bielle :

$$\begin{aligned} (1-2) &\Rightarrow M_{f(1-2)} = M_{f(1)} - \frac{F_{\max}}{2} \bar{r} (1 - \cos \theta) \\ (2-3) &\Rightarrow M_{f(2-3)} = M_{f(1)} - \frac{F_{\max}}{2} \bar{r} (1 - \cos \theta_1) \end{aligned} \quad (\text{éq. B2.4.})$$

Notations :

$F_{\max}$	force maximale exercée sur le pied de bielle (force d'extension)	
$\theta_1$	angle de positionnement de la force	<i>rad</i>
$\bar{r}$	rayon moyen	<i>m</i>

Recherchons à présent les inconnues hyperstatiques  $M_{f(1)}$  et  $M_{f(3)}$  par la méthode de Castigliano.

Nous remarquons (**éq. B2.4.**) que le moment fléchissant entre [2 - 3] est constant ! Et dès lors :

$$M_{f(3)} = M_{f(2-3)}$$

Il nous suffira de rechercher  $M_{f(1)}$ . Nous avons, de par la symétrie, que dans la section (1) la déformation angulaire  $\varphi_{(1)}$  est nulle, et donc que :

$$\varphi_{(1)} = \int_s \frac{M_f}{E I} \left( \frac{\partial M_f}{\partial M_{f(1)}} \right) ds = 0$$

avec :  $ds = \bar{r} d\theta$

et dans notre cas (voir (**éq. B2.4.**)) :

$$\frac{\partial M_{f(1-2)}}{\partial M_{f(1)}} = 1 \quad \text{et} \quad \frac{\partial M_{f(2-3)}}{\partial M_{f(1)}} = 1$$

et donc la formulation de la déviation angulaire s'écrira :

$$\varphi_{(1)} = \frac{1}{E I} \left\{ \int_0^{\theta_1} \left( M_{f(1)} - \frac{F_{\max}}{2} \bar{r} (1 - \cos \theta) \right) \bar{r} d\theta + \int_{\theta_1}^{\pi/2} \left( M_{f(1)} - \frac{F_{\max}}{2} \bar{r} (1 - \cos \theta_1) \right) \bar{r} d\theta \right\} = 0 \quad (\text{éq. B2.11.})$$

De cette dernière nous pouvons retirer  $M_{f(1)}$  :

$$M_{f(1)} = \frac{F_{\max} \bar{r}}{\pi} \left( \frac{\pi}{2} - \sin \theta_1 - \left( \frac{\pi}{2} - \theta_1 \right) \cos \theta_1 \right)$$

Quant à  $M_{f(3)}$ , qui dans notre cas est égal à  $M_{f(2-3)}$ , il vaut :

$$M_{f(3)} = M_{f(1)} - \frac{F_{\max} \bar{r}}{2} (1 - \cos \theta_1)$$

Conclusions :

$$\begin{aligned} M_{f(1-2)} &= \frac{F_{\max} \bar{r}}{\pi} \left( \frac{\pi}{2} - \sin \theta_1 - \left( \frac{\pi}{2} - \theta_1 \right) \cos \theta_1 \right) - \frac{F_{\max} \bar{r}}{2} (1 - \cos \theta) \\ M_{f(2-3)} &= \frac{F_{\max} \bar{r}}{\pi} \left( \frac{\pi}{2} - \sin \theta_1 - \left( \frac{\pi}{2} - \theta_1 \right) \cos \theta_1 \right) - \frac{F_{\max} \bar{r}}{2} (1 - \cos \theta_1) \end{aligned} \quad (\text{éq. B2.14.})$$

Remarque :

Dans le cas de cette hypothèse, on prendra ( $\theta_1 = 70^\circ$ ).

Connaissant maintenant les moments fléchissants pour les divers tronçons, nous pouvons en déduire les différentes contraintes par la *théorie des barres à fortes courbures*.

## B) Recherche des efforts normaux et des efforts tranchants

### A développer

Nous n'oublierons pas ensuite de sommer ensuite ces contraintes de flexions avec celles dues à l'effort normal. (... Recherche des contraintes par la théorie des pièces à fortes courbures Annexe 4....)

### 2.2.2. Hypothèse n°2 : forces ponctuelles obliques

{Réf. 33}

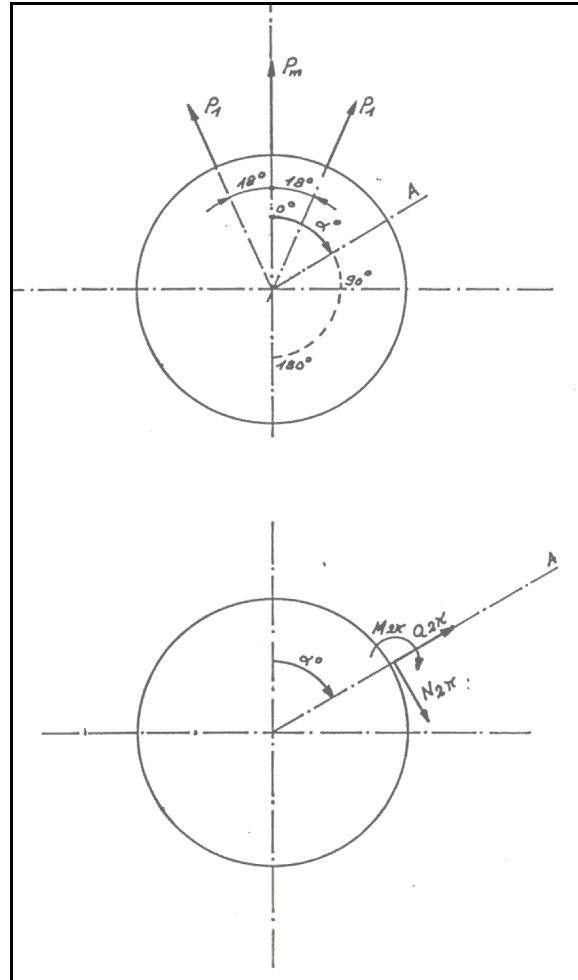


fig. B2.2. -

Calcul du moment fléchissant :

$$M_f = \bar{r} \left[ F_{\max} \left( \frac{0.526}{\pi} + \frac{2}{\pi^2} \right) - N \right] \quad (\text{éq. B2.16.}) \quad [\text{valable pour : } 0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ]$$

Calcul de la composante normale :

$$N = F_{\max} \left\{ \frac{1}{4\pi} \left[ \cos \alpha \cos(2\alpha) - (2\pi - 2\alpha - \sin(2\alpha)) \sin \alpha \right] - A \right\} \quad (\text{éq. B2.18.})$$

[valable pour :  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ]

$$N = F_{\max} \left\{ -\frac{1}{4\pi} \left[ \cos \alpha \cos(2\alpha) - 2 \cos \alpha + (2\alpha + \sin(2\alpha)) \sin \alpha \right] - A \right\} \quad (\text{éq. B2.20.})$$

[valable pour :  $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ]

avec :

$$\begin{cases} A = 0.526 \left[ \frac{342^\circ - \alpha^\circ}{360^\circ} \sin(342^\circ - \alpha^\circ) + \frac{378^\circ - \alpha^\circ}{360^\circ} \sin(378^\circ - \alpha^\circ) \right] \\ B = 0.526 \left[ \frac{342^\circ - \alpha^\circ}{360^\circ} \cos(342^\circ - \alpha^\circ) + \frac{378^\circ - \alpha^\circ}{360^\circ} \cos(378^\circ - \alpha^\circ) \right] \end{cases}$$

Remarque :

Pour  $0 \leq \alpha \leq 18^\circ$ ,  $\frac{378^\circ - \alpha^\circ}{360^\circ}$  devient  $\frac{18^\circ - \alpha^\circ}{360^\circ}$ .

Calcul de la composante radiale :

$$V = F_{\max} \left\{ -\frac{1}{4\pi} \left[ \sin \alpha \cos(2\alpha) - (2\pi - 2\alpha - \sin(2\alpha)) \cos \alpha \right] - B \right\} \text{ (éq. B2.26.)}$$

[valable pour :  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ]

$$V = F_{\max} \left\{ \frac{1}{4\pi} \left[ \sin \alpha \cos(2\alpha) + 2 \sin \alpha + (2\alpha - \sin(2\alpha)) \cos \alpha \right] - B \right\} \text{ (éq. B2.28.)}$$

[valable pour :  $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ]

### **2.2.3. Hypothèse n°3 : axe du piston ajusté dans le coussinet du pied de bielle**

{Réf. 6}