<u>*Exercices*</u> . . . . **- exSup.1 -**
Exercices concernant principalement la *Méthode du gradient nul § 5.2.* . . . . **- exSup.1 -**
Exercices concernant principalement le *Milieu semi-infini § 5.3.* . . . . **- exSup.5 -**
Exercices concernant principalement les *Milieux limités § 5.4.* . . . . **- exSup.7 -**
Exercices concernant principalement les *Milieux limités § 5.4.4. cas particuliers* . . . . **- exSup.11 -**
Exercices concernant principalement les *Sources de chaleur interne § ???.* . . . . **- exSup.13 -**
Exercices concernant principalement la *Conduction multidirectionnelle § 6.1.* . . . . **- exSup.14 -**
Exercices concernant principalement les *Compléments : Analogies* . . . . **- exSup.16 -**

Exercices

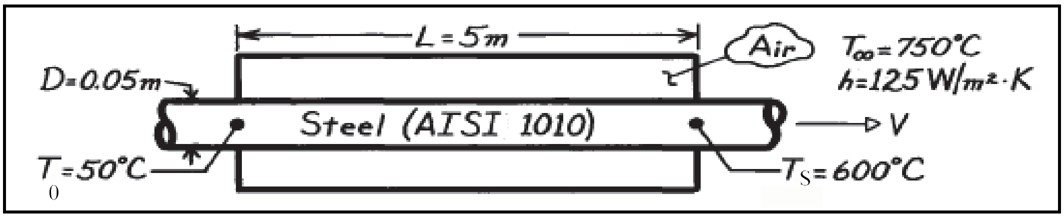
Exercices concernant principalement la *Méthode du gradient nul § 5.2.*

52.01. Des pièces cylindriques en nickel sont refroidies dans un réservoir rempli de liquide à température T_∞. Pour rendre ce procédé économiquement rentable, le temps de refroidissement des pièces ne doit pas excéder 4 minutes pour refroidir les pièces à 50 °*C*. Déterminer la température requise du liquide T_∞ pour atteindre cet objectif. On négligera les effets de bout.

Température initiale des pièces	$T_0 = 100\,°C$		
Cylindre en nickel	$r = 2\ cm$	$\rho = 8\,900\ kg/m^3$	$c_p = 444\ J/kgK$
Longueur du cylindre	$l = 1\,m$		
Conductivité	$\lambda = 91\,W/mK$		
Coefficient de convection	$h = 120\,W/m^2K$		

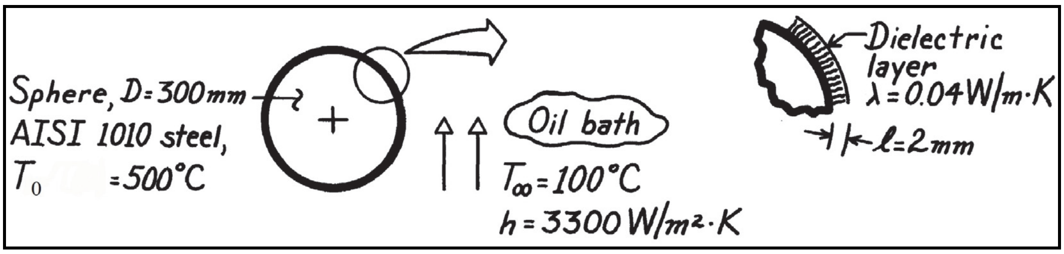
Réponse : $T_\infty = 3.4\,°C$

52.02. Connaissant la température d'entrée $T_0 = 50\,°C$ d'une barre d'acier inoxydable que l'on chauffe pour traitement dans un four dont l'air ambiant est à 750 °*C* ($h = 125\,W/m^2K$), calculez la vitesse d'avancement de cette barre dans le four afin d'obtenir une température de sortie de 600 °*C*. On considérera une conduction unidimensionnelle radiale. On négligera le rayonnement. Les caractéristiques, supposées constantes du matériaux AISI 1010 à 600 *K*, sont :
$\rho = 7\,832\ kg/m^3$; $c = 559\ J/kgK$; $\lambda = 48.8\,W/mK$; $a = 1.11\,10^{-5}\ m^2/s$.



Réponse : $v = 7.41\,mm/s$ (pour $t = 674.4\ s$)

52.03. Une sphère pleine en acier (AISI 1010), enduite d'une couche diélectrique d'épaisseur de 2 *mm* et de conductivité thermique $\lambda = 0.04\ W/mK$, primitivement à température uniforme de 500 °*C* est soudainement plongée dans un bain d'huile ($T = 100\,°C$). Combien de temps faudra-t'il pour que la sphère atteigne 140 °*C* ?
Propriétés du AISI 1010 : $\rho = 7\,832\ kg/m^3$; $c = 559\ J/kgK$; $\lambda = 48.8\,W/mK$.



Réponse : $t_{140\,°C} = 25354\ s$

52.04. Une plaque d'aluminium (0.5 x 30 x 30 cm^3), à une température de 500 °*C*, doit être refroidie dans un bain d'eau à 90 °*C*. Les coefficients de transfert de chaleur sont :

Pour $T = 500 \rightarrow 260\,°C \quad \Rightarrow \quad h = 510\, W/m^2K$

Pour $T = 260 \rightarrow 90\,°C \quad \Rightarrow \quad h = 2\,250\, W/m^2K$

Les propriétés de l'aluminium sont :

$\lambda = 237\, W/mK$; $c = 900\, J/kgK$; $\rho = 2\,702\, kg/m^3$.

a) Calculer le taux de refroidissement (*K/s* ou *°C/s*) au moment où la température est de 315 °*C*.
b) La même chose pour $T = 150\,°C$.
c) Calculer le temps nécessaire à un refroidissement jusqu'à 120 °*C*.

Réponses : a) $dT/dt = -19.5\,°C/s$ b) $dT/dt = -22.9\,°C/s$ c) $t = 14.70\, s$

52.05. Des billes d'acier de diamètre 2 *cm*, à température initiale de 750 °*C*, doivent être trempées dans un bain d'huile à 40 °*C* jusqu'à ce que leur température atteigne 90 °*C*. Le coefficient de convection entre les billes et l'huile est évalué à $h = 280\, W/m^2K$.

Combien de temps les billes doivent-elles rester dans le bain ?

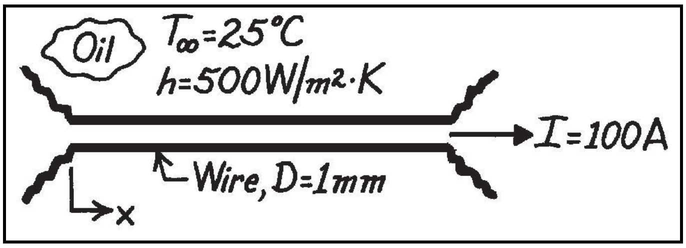
Le bain est maintenu à sa température par un réfrigérant à eau où l'eau entre à une température de 10 °*C* et sort à 18 °*C*.

Quel est le débit d'eau nécessaire si la production impose un rythme de 200 billes par minute ?

Données : $\rho = 7\,800\, kg/m^3$; $\lambda = 52\, W/mK$; $c = 460\, J/kgK$.

Réponses : $t = 113.3\, s$ $\quad q_v \approx 3.6\, m^3/h$

52.06. Un long fil de diamètre $d = 1\, mm$ est immergé dans un bain d'huile à température $T_\infty = 25\,°C$. Ce fil a une résistance électrique par unité de longueur de $R'_e = 0.01\, \Omega/m$. Si un courant $I = 100\, A$ parcourt le fil et si le coefficient de convection est $h = 500\, W/m^2K$, quelle est la température en régime permanent de ce fil ? A partir du moment où le courant est appliqué, combien de temps faut-il pour que la température du fil soit 1 °*C* inférieure à la température du régime permanent ? Les caractéristiques du fil sont : $\rho = 8\,000\, kg/m^3$; $c = 500\, J/kgK$; $\lambda = 20\, W/mK$.



Réponses : $T_{t \rightarrow \infty} = 88.7\,°C$ $\quad t_{T = 87.7\,°C} = 8.31\, s$

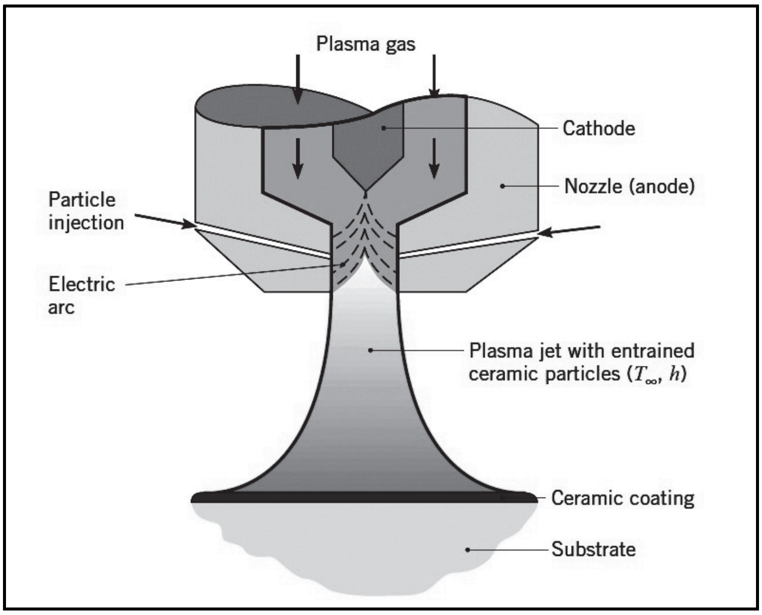
52.07. Une plaque en laiton d'épaisseur de 10 *mm*, à température initiale de 30 °*C*, est exposée sur une de ces faces à un flux de chaleur de 3000 W/m^2 et sur son autre face à un flux d'air à température, supposée constante, de 30 °*C* avec un coefficient de convection de $h = 50\, W/m^2K$.

a) Déterminer l'équation de la température de la plaque en fonction du temps.
b) Après combien de temps la plaque atteint-elle une température de 1 °*C* inférieure à la température de régime sur sa face chaude.

Caractéristiques du laiton : $\rho = 8522\, kg/m^3$; $\lambda = 110.7\, W/mK$; $c = 385\, J/kgK$.

Réponses : a) $\left|\dfrac{h\left(T_{(t)}-T_\infty\right)-\dot{q}}{h\left(T_0-T_\infty\right)-\dot{q}}\right| = \exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$ b) $t = 44.7$ min

52.08. Les procédés de revêtement par pulvérisation au plasma sont souvent utilisés pour fournir une protection de surface pour les matériaux exposés aux environnements hostiles. Les revêtements céramiques sont couramment utilisés à cette fin. En injectant de la poudre de céramique à travers la buse (anode) d'une torche à plasma, les particules sont entraînées par le jet de plasma, dans lequel ils sont ensuite accélérés et chauffé jusqu'à leur point de fusion et complète conversion à l'état liquide. Le revêtement est formé lorsque les gouttelettes fondues viennent frapper le matériau de substrat et sont soumises à une solidification rapide.



Caractéristiques des gouttelettes (sphériques) d'alumine (Al_2O_3) (supposées constantes) :

- diamètre : $d_p = 50\,10^{-3}\ m$
- masse volumique : $\rho = 3\,970\ kg/m^3$
- conductivité thermique : $\lambda = 10.5\ W/mK$
- chaleur spécifique : $c_p = 1560\ J/kgK$
- température de fusion : $T_f = 2\,318\ K$
- chaleur latente de fusion : $h_{sf} = 3577\ kJ/kg$
- température initiale : $T_0 = 300\ K$

Ces gouttelettes sont injectés dans la torche à plasma, à température de 10000 K avec un coefficient de convection de 30000 W/m^2K .

a) En négliger le rayonnement, quelle doit être le temps en vol nécessaire pour chauffer une particule de sa température initiale T_0 à son point de fusion T_f, et, une fois au point de fusion, le temps pour obtenir la fusion complète de la particule.
b) En supposant que l'alumine a une émissivité de $\varepsilon = 0.4$ et que les particules échangent leur rayonnement avec l'environnement à $T_{sur} = 300\ K$, évaluer la validité d'avoir négligé ce rayonnement.

Réponses : a) $t_{tot} = 9.1\,10^{-4}\ s \approx 1\,ms$ b) $\dfrac{\dot{q}_{rad\ \max}}{\dot{q}_{conv}} = 2.8\,10^{-3}$

52.09. Une jonction de thermocouple, qui peut être considérée comme une sphère, est utilisée pour mesurer la température dans un flux de gaz. Le coefficient d'échange convectif entre la jonction et le gaz est $h = 400\ W/m^2K$. Les caractéristiques du matériau de la jonction (60Sn40Pb ASTM

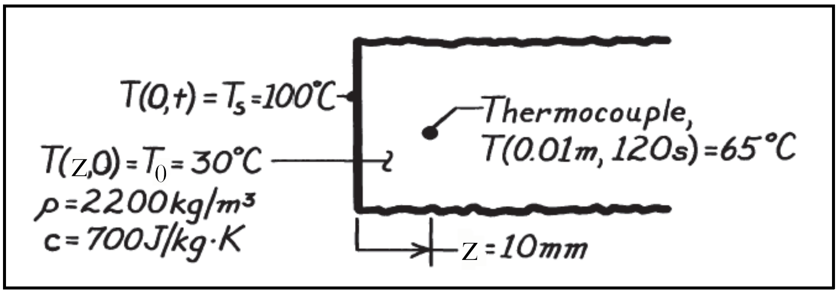
B 23) sont : conductivité $\lambda = 49.8\, W/mK$; capacité calorifique $c_p = 173\, J/kgK$; masse volumique $\rho = 8\,600\, kg/m^3$.

a) Quel diamètre de jonction est nécessaire pour que le thermocouple ait une constante de temps d'une demi seconde ?
b) Si la jonction est à 25 *°C* et est placée dans le gaz à 200 *°C*, à quel moment la jonction atteindra-t-elle 199 *°C* ?

Réponses : a) $d = 0.801\, mm$ b) $t_{199\,°C} = 2.58\, s$

Exercices concernant principalement le *Milieu semi-infini § 5.3.*

53.01. Connaissant la température initiale $T_{(z,0)} = 30\,°C$ d'un bloc de matière, la position du thermocouple ($z = 10\,mm$) ainsi que la température ($T_{(0.01\,m,\,120\,s)} = 65\,°C$) après que sa surface soit mise en contact avec de l'eau bouillante $T_{(0,\,t)} = 100\,°C$, calculer la conductibilité thermique λ du matériau. De plus : $\rho_{matériau} = 2\,200\,kg/m^3$ et $c_{matériau} = 700\,J/kgK$.



Réponse : $\lambda = 1.42\,W/mK$

53.02. Soit un mur, semi-infini, en brique ($\lambda = 0.4\,W/mK$; $a = 0.03\,10^{-5}\,m^2/s$) se trouve initialement à la température de 10 *°C*. Après 2 heures d'exposition à une nuit sans nuage, estimez quelle sera la température :
a) en surface;
b) à 1 *cm* de profondeur.
On supposera que le flux perdu par le mur est constant et égal à l'émittance d'un corps noir à 0 *°C* rayonnant vers les espaces à la température du zéro absolu, soit : 315 *W/m²*.

Réponses : a) $T_{(0,\,2\,h)} = -\,31.3\,°C$ b) $T_{(0.01\,m,\,2\,h)} = -\,23.9\,°C$

53.03. On considère un début de semaine froid de l'hiver et on suppose la température initiale du sol à $T_0 = 16\,°C$. Les conditions climatiques changent soudainement et il tombe rapidement une averse de neige qui laisse au sol une couche de neige mouillée. Cette couche de neige ajoute une résistance thermique de $R_{neige} = 0.15\,m^2\,K/W$ entre le sol et l'air. Si la température extérieure se maintient à $T = -\,5\,°C$ pendant 72 heures, que le coefficient de convection entre l'air et la neige est de $h = 10\,W/m^2K$ durant cette période et que la résistance thermique de la neige reste constante durant cette même période, calculez la température en surface du sol après 72 heures. Vous pouvez négliger la capacité calorifique de la neige, négliger les gains et pertes par rayonnement et utiliser les propriétés suivantes pour le sol :
$\lambda_{sol} = 0.52\,W/mK$; $c_{sol} = 1840\,J/kgK$; $\rho_{sol} = 2\,050\,kg/m^3$.

Réponse : $T_{(0,\,72\,h)} = 1\,°C \quad (2\,°C\ via\ MATLAB)$

53.04. Si on considère le sol comme un solide semi-infini avec ($a = 0.0018\,m^2/heure$) pour un sol moyennement humide. (Pour la terre humide $a = 0.2\,10^{-6}\,m^2/s$, pour la terre sèche $a = 0.8\,10^{-6}\,m^2/s$).
Calculez la profondeur à laquelle la température est maximale à minuit. (Variation diurne-nocturne). A ce moment quelle en est l'amplitude.

Expliquez l'existence de "*mines de glace*", c'est-à-dire des endroits (canyons, mines,...) où de la glace se forme en été alors qu'en hiver les mêmes endroits sont relativement chauds. Quelle en est la profondeur ?

Réponses : $\begin{cases} z_{sol\ humide} = 0.1747\ m \\ z_{sol\ \pm\ humide} = 0.2763\ m \\ z_{sol\ \sec} = 0.3495\ m \end{cases}$ $\begin{cases} z_{sol\ humide} = 4.451\ m \\ z_{sol\ \pm\ humide} = 7.037\ m \\ z_{sol\ \sec} = 8.902\ m \end{cases}$

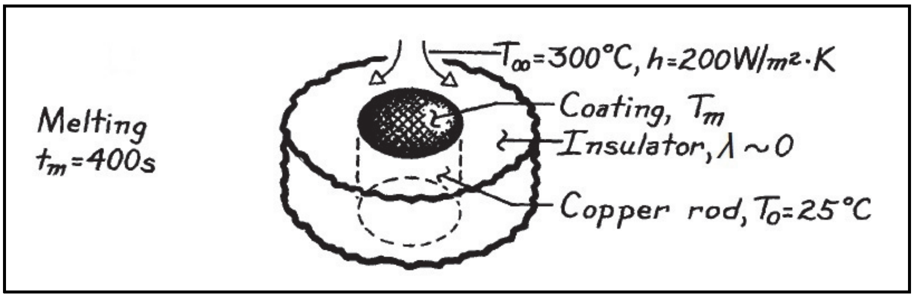
53.05. Une épaisse plaque de béton est initialement à une température uniforme de 30 *°C*. On commence à la laver avec de l'eau à 10 *°C*. Le coefficient de transfert *h* est de 400 W/m^2K, quelle est la température de la dalle de béton à une profondeur de 1 *cm* après 20 minutes de lavage ?
Données : $\lambda = 1.9\ W/mK$; $a = 9.42\ 10^{-7}\ m^2/s$.

Réponse : $T_{(0.01\ m,\ 20\ \min)} = 13.3\ °C$

53.06. Dans l'installation des conduites d'eau souterraines, il est important de déterminer la profondeur à laquelle une variation de température à la surface se fait sentir durant une période de 12 *h*. Sachant que la température initiale du sol est de 4 *°C* et que la température à la surface tombe brusquement à − 4 *°C*, déterminer la profondeur à laquelle pénètre la température du point de congélation. On admettra que le sol est sec et $a = 0.0011\ m^2/h$.

Réponse : $z = 0.11\ m$

53.07. Une manière simple pour mesurer un coefficient d'échange est de déposer une mince couche d'un matériau qui a un point de fusion précisément connu sur un long cylindre de cuivre encastré dans un isolant parfait. En sachant le temps exact qu'il faudra pour amener la couche de surface au point de fusion on pourra ainsi déterminer le coefficient d'échange. ($\lambda = 400\ W/mK$; $a = 1.0\ 10^{-4}\ m^2/s$). On peut aussi renverser le "*paradigme*". Si la température initiale est de 25 *°C* et qu'il a fallu 400 secondes pour faire fondre la couche mince avec un coefficient $h = 200\ W/m^2K$ et une température de l'air de 300 *°C*, quelle est la température de fusion de la couche mince ?

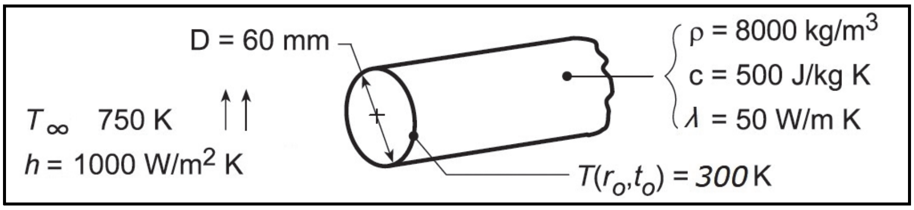


Réponse : $T_{(0,\ 400\ s)} = 53.5\ °C$

Exercices concernant principalement les *Milieux limités § 5.4.*

54.01. Une longue barre, dont les dimensions et les caractéristiques sont connues, initialement à température uniforme de 300 K est chauffée, par convection forcée ($h = 1000\ W/m^2 K$), dans un four maintenu à 750 K. Calculer :

a) la température au centre $T_{(0,\,t)}$ lorsque la température superficielle $T_{(r_0\,,\,t)}$ atteint 550 K;
b) le temps qu'il faut pour que le centre atteigne cette température;
c) L'influence du coefficient de convection h sur l'historique de température de l'axe.



Réponses : a) $T_{(0,\,t)} = 487\ K$ b) $t = 44.6\ s$ c) si h divisé par 10, t multiplié par 6

54.02. En Californie, le problème de la protection des oranges contre le gel durant les nuits froides est d'une importance économique considérable. La chaleur est transmise à partir des oranges par rayonnement et convection vers le milieu froid environnant. Pour réduire la chaleur transmise par rayonnement vers le ciel froid et pour chauffer l'air environnant, on utilise des brûleurs à mazout ou des feux de feuilles mortes ou déchets. Ceux-ci produisent un écran de fumée qui réduit les pertes par rayonnement et chauffe également l'air ambiant. Pour déterminer les conditions de chauffage, il est nécessaire de calculer la température au centre d'une orange de 100 mm de diamètre, initialement à la température de 18 °C, lorsqu'elle est exposée, pour une période de 6 h, à un milieu environnant dont la température effective est − 4 ° C. La conductance globale est estimée à 11.4 W/m^2K. Comme le jus d'une orange se compose en grande partie d'eau, on utilisera les propriétés physiques de l'eau : $\lambda_{H2O} = 0.5820\ W/mK$ et $a_{H2O} = 1.25\,10^{-7}\ m^2/s$.

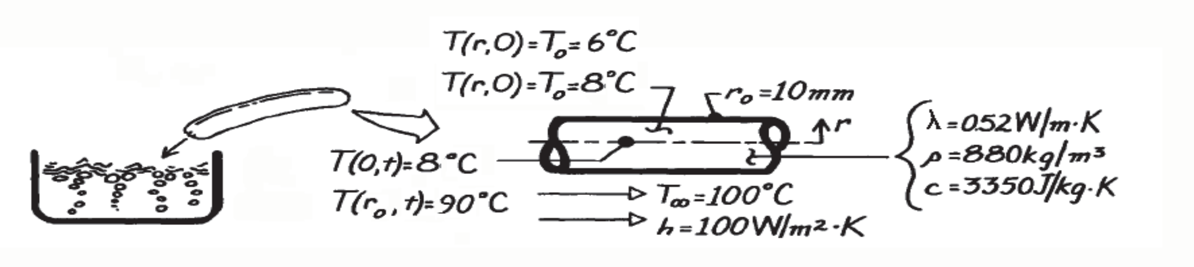
Réponse : $T_{(0,\,6\,h)} = -\,2.4\,°\,C \quad \left(-\,1.8\,°\,C\ Abaque\right)$

54.03. Vous sortez un "*hot dog*" de votre frigo à la température de 6 °C.

a) Vous l'oubliez, le temps de répondre à un mail, sur une assiette à l'air libre. Lorsque vous avez fini, en tant que bon ingénieur, vous mesurez sa température en son centre et vous relevez une température de 8 °C. Sachant que l'air ambiant est à la température de 20 °C et que vous estimez que le coefficient de convection $h_{air} = 4\ W/m^2 K$, vous en déduisez facilement le temps que vous avez mis pour répondre à votre message. Et pour être sûr de vous, vous utilisez deux approches différentes pour calculer ce temps.
b) Vous décidez à ce moment de le cuire dans de l'eau bouillante ($T_{eau} = 100\,°\,C$). Le coefficient de convection h_{eau} est estimé à 100 W/m^2K. Combien de temps avez vous pour boire une bière, sachant que la température de surface de votre "*hot dog*" doit être de 90 °C pour être cuite. Sans reprendre votre thermomètre, vous en déduisez la température en son centre.

$\lambda_{hot\ dog} = 0.52\ W/mK$; $c_{hot\ dog} = 3350\ J/kgK$; $\rho_{hot\ dog} = 880\ kg/m^3$.

On considérera que la longueur l est grande par rapport au rayon du hot dog ($r_{0\ hot\ dog} = 10\ mm$).



Réponses : a) $t = 568\ s$ b) $t = 396\ s$; $T_{(0,\,396\,s)} = 78.6\,°C$

54.04. Un cylindre de 2 *m* de long et de 0.20 *m* de diamètre, initialement à une température uniforme de 400 *°C*, est plongé dans un bain d'eau à 50 *°C*. Sachant que la diffusivité thermique du cylindre a vaut $10^{-5}\ m^2/s$ la conductivité thermique λ vaut 40 *W/mK* et que le coefficient de transfert de chaleur à la surface du cylindre h vaut 200 W/m^2K, on demande de calculer après 20 minutes d'immersion :

a) la température au centre du cylindre;
b) la température à la surface du cylindre;
c) la fraction de chaleur potentiellement échangeable Q/Q_0 ainsi que la chaleur totale Q échangée avec le bain.

On négligera les effets de bouts.

Réponses : a) $T_{(0,\,20\ \mathrm{min})} = 183\,°C$ b) $T_{(0.20\,m,\,20\ \mathrm{min})} = 152\,°C$
c) $Q/Q_0 = 0.65$; $Q = 57.2\ MJ$

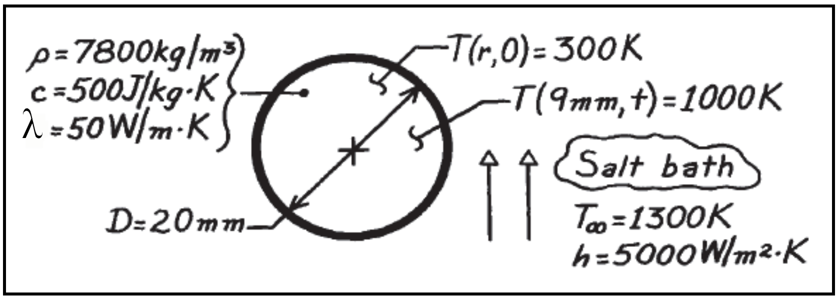
54.05. Une bille métallique de 5 *mm* de rayon est initialement à une température uniforme de 400 *°C*. Cette bille est soumise à un traitement thermique en deux étapes.

a) Dans la première, on la refroidit dans de l'air à 20 *°C* pendant un temps t_{air} nécessaire pour avoir une température au centre de la sphère égale à 335 *°C*. Pendant cette étape, le coefficient de convection à la surface vaut $h_{air} = 10\,W/m^2K$.
b) Dans une deuxième étape, la bille est alors introduite dans un bain d'eau à la température de 20 *°C*. Ce bain est fortement mélangé et le coefficient h_{eau} vaut alors 6000 W/m^2K. Quel est le temps requis pour avoir une température en surface de 40 *°C*. (Calculez ce temps par deux approches différentes). Quelle est à ce moment la température en son centre ?

$\lambda_{métal} = 20\,W/mK$; $c_{métal} = 1000\,J/kgK$; $\rho_{métal} = 3000\,kg/m^3$.

Réponses : a) $t_{air} = 93.8\ s$ b) $t_{40\,°C} = 2.7\ s$

54.06. Dans le traitement thermique, afin de durcir des billes de roulement en acier ($\lambda_{acier} = 50\,W/mK$; $c_{acier} = 500\,J/kgK$; $\rho_{acier} = 7\,800\,kg/m^3$), il est judicieux d'augmenter la température de surface pendant un court instant sans pour autant chauffer de manière significative l'intérieur de la bille. Pour ce faire, on plonge brutalement la bille dans un bain de sel à température $T_\infty = 1300\ K$ (coefficient de convection $h_{bain} = 5000\,W/m^2K$). Sachant que le métal est trempé si sa température excède 1000 *K*, calculer le temps requit pour trempé le millimètre extérieur d'une bille de diamètre de 20 *mm* (température initiale $T_{0\,bille} = 300\ K$). Quelle est à ce moment la température en son centre ?
Calculez de manière analytique et via les abaques de Heisler.



<u>*Réponses*</u> : $t = 3.4\ s\ (3.3\ s\ via\ abaques)$; $T_{(0,\,t)} = 871.1\ K$

54.07. Une grande plaque de verre de 150 *mm* d'épaisseur doit être refroidie à partir d'une température initiale de 482 *°C* par le passage d'un courant d'air parallèle à ses faces planes. Pour éviter des tensions thermiques excessives, le gradient de température maximal ne doit pas excéder 4 *°C/cm*. On supposera que l'air soufflé le long de la plaque a une vitesse telle que son élévation de température sera négligeable et que le coefficient d'échange de chaleur entre le verre et l'air sera de $h = 28.38\ W/m^2K$. En outre on négligera le rayonnement et on admettra que la conductivité thermique du verre est $\lambda_{verre} = 1.1\ W/mK$, sa masse volumique $\rho_{verre} = 2\,200\ kg/m^3$ et sa chaleur spécifique $c_{verre} = 1256\ J/kgK$.

a) Déterminer la plus basse température que peut avoir l'air de refroidissement.
b) Si l'air, à la température déterminée ci-dessus, a circulé pendant trois heures, quelle est la température la plus basse qu'on peut alors lui donner ?
c) Si l'air, ayant la même température que dans a), circule pendant trois heures, quelle serait la différence de température entre le centre et la surface extérieure de la plaque ?

<u>*Réponses*</u> : a) $T_\infty = 455\ °C$ b) $T_{\infty \to 3h} = 434\ °C$ c) $\Delta T = 6.97\ °C$

54.08. Une plaque de caoutchouc d'épaisseur $2\,l = 20\ mm$ chauffée jusqu'à une température $T = 140\ °C$, est placée dans l'air portée à la température de $T_{air} = 15\ °C$. Calculer la température au centre et à la surface de la plaque 20 min après le début du refroidissement.
Propriétés du caoutchouc : $\lambda = 0.175\ W/mK$; $a = 0.833\ 10^{-7}\ m^2/s$. Le coefficient de convection entre la plaque et l'air ambiant vaut $h = 65\ W/m^2K$.
Est-il possible de calculer ces valeurs de 2 manières différentes ?

<u>*Réponses*</u> : $T_{(0,\,20\ \text{min})} = 47.6\ °C$ $T_{(10\ mm,\,20\ \text{min})} = 25.5\ °C$ Oui : par abaques

54.09. Un cylindre d'acier inox ($diamètre = 2\ cm$, $T_{(r,\,0)} = 900\ °C$) est refroidi dans l'eau ($T_\infty = 25\ °C$).

a) Calculer la température superficielle après 5 *s*.
b) Comparer les résultats avec ceux d'un refroidissement dans l'huile à la même température.

On prendra pour coefficient de convection :
$h_{acier-huile} = 1700\ W/m^2K$ et $h_{acier-eau} = 4\,500\ W/m^2K$.
Caractéristiques de l'acier inox : $\rho = 7\,780\ kg/m^3$; $c_p = 440\ J/kgK$; $\lambda = 15.5\ W/mK$.

<u>*Réponses*</u> : a) $T_{(r\,=\,0.01,\,5s)} = 241\ °C$ b) $T_{(r\,=\,0.01,\,5s)} = 638\ °C$

DST.54.10.

Une compagnie de congélation des aliments procède, pour conserver les épinards, en deux étapes. Les épinards sont d'abord comprimés entre de grandes plaques, la plaque d'épinards est ensuite exposée à un milieu de refroidissement à basse température.

La grande plaque constituée par les épinards comprimés est initialement à une température uniforme de 21 *°C*; elle doit être réduite à une température de − 34 *°C*. Toutefois, la température en tout point de la plaque ne doit jamais descendre au dessous de − 51 *°C*. Le milieu de refroidissement qui traverse les deux faces de la plaque est à une température constante de − 90 *°C* avec un coefficient de convection estimé à 35 W/m^2K.

On admettra pour les épinards les données suivantes :

- masse volumique : 80 kg/m^3
- conductivité thermique : 0.86 *W/mK*
- chaleur spécifique : 2090 *J/kgK*

Quelle est l'épaisseur maximale de la plaque d'épinards que l'on peut espérer refroidir en 60 minutes ?

Réponse : $e \approx 25\,cm$

54.11. Les systèmes de stockage d'énergie thermique impliquent généralement en une cuve remplie de sphères solides, à travers lequel un gaz chaud s'écoule si le système est en cours de chargement, ou un gaz froid s'il est déchargé. Dans un processus de charge, le transfert de chaleur du gaz chaud augmente l'énergie thermique stockée dans les sphères plus froides; pendant la décharge, l'énergie stockée diminue à mesure que la chaleur est transférée des sphères plus chaudes au gaz plus froid.

Considérons une cuve remplie de sphères en Pyrex de 75 *mm* de diamètre ($\rho = 2\,225\,kg/m^3$, $c_p = 835\,J/kgK$, $\lambda = 1.4\,W/mK$) pendant un processus de chargement pour lequel le gaz entrant dans l'unité de stockage à une température de $T_g = 300\,°C$. Si la température initiale des sphères est $T_0 = 25\,°C$ et le coefficient de convection est $h = 75\,W/m^2K$, combien de temps faudra-t-il à une sphère près de l'entrée du système pour accumuler 90 % de l'énergie thermique maximale possible ? Quelle est, à ce moment là, la température correspondante au centre de la sphère ainsi que la température en surface ?

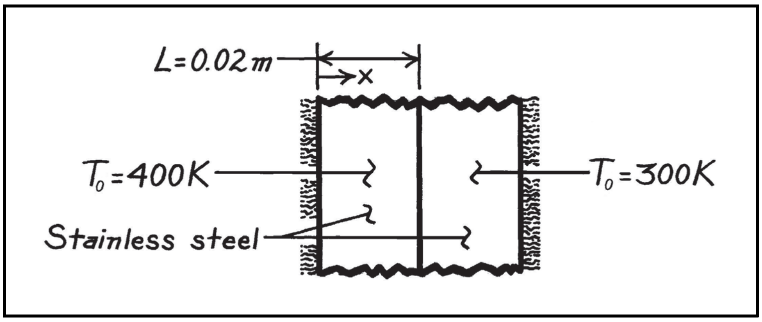
Réponses : $t_{90\,\%} = 1019\,s$; $T_{(0,\,1019\,s)} = 257.3\,°C$; $T_{(surface,\,1019\,s)} = 281.2\,°C$

Exercices concernant principalement les ***Milieux limités § 5.4.4. cas particuliers***

5P.01. Deux plaques d'un même matériau et d'épaisseur L sont initialement à des températures différentes. Leurs faces sont soudainement mises en contact. Les surfaces extérieures étant isolées. Quelle est la température à la paroi isolée, de la plaque initialement la plus chaude, 60 s après avoir mis les deux plaques en contact ?

Les caractéristiques du matériaux sont : $\rho = 8\,000\ kg/m^3$; $c = 500\ J/kgK$; $\lambda = 15\ W/mK$.

Remarque : on négligera la résistance de contact.



Réponse : $T_{(0,\,60\,s)} = 365.9\ K$

5P.02. *Le mur de fournaise* : A l'usine de la Canadian Copper Refiners du groupe Noranda a Montréal Est, un des postes de travail recycle les vieux objets contenant du cuivre en les faisant fondre pour en séparer leur contenu. Les murs de la fournaise employée sont recouverts de briques réfractaires ($a = 7.1\,10^{-7}\ m^2/s$) et la température de surface interne est maintenue a 1100 K pendant la fonte des objets. Le mur de cette fournaise est conçu de façon à ce que pour une température initiale de 300 K, la température à mi-paroi ne doit pas s'élever à plus de 325 K après 4 heures d'opération. Quelle doit être l'épaisseur minimale des murs ?

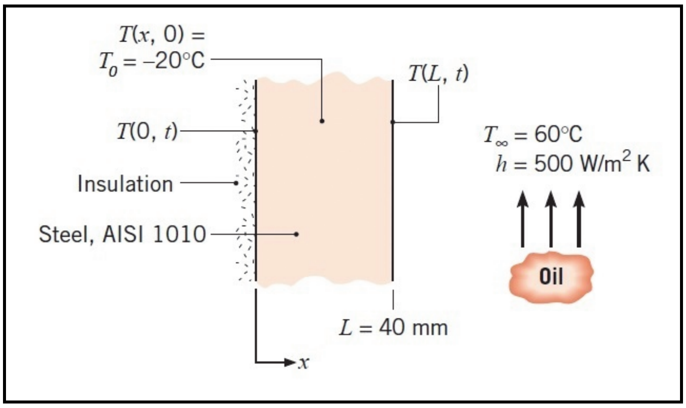
Réponse : $e_{\min} = 0.600\ m$

5P.03. Une plaque supposée infinie ($\lambda = 370\ W/m\,°C$, $a = 11.23\,10^{-5}\ m^2/s$), d'épaisseur 5 cm et de température initiale $T_0 = 200\,°C$, est exposé à un échange convectif avec un environnement de température $T_\infty = 100\,°C$. L'une des face de la plaque est libre et l'autre isolée.

Si la face libre atteint 150 °C après 10 minutes, calculez le coefficient d'échange convectif.

Réponse : $h = 185\ W/m^2K$

5P.04. Considérons un tuyau en acier AISI 1010 de 1 m de diamètre et de 40 mm d'épaisseur. Ce tuyau est fortement isolé à l'extérieur et, avant l'introduction du fluide, à une température uniforme de $-20\,°C$. On introduit de l'huile chaude, à température de 60 $°C$, à l'intérieur du tube créant ainsi une turbulence correspondant à un coefficient de convection de



$h = 500\, W/m^2 K$. Au temps $t = 8\, min$:

a) Quelle est la température à la surface extérieure du tube (celle en contact avec l'isolation) ?
b) Quelle est le flux (en W/m^2) échangé entre l'huile et le tube ?
c) Quelle quantité d'énergie, par mètre de longueur, à été échangée entre l'huile et le tube ?

Les caractéristiques, supposées constantes du matériaux AISI 1010 , sont :
$\rho = 7\,832\; kg/m^3$; $c = 434\; J/kgK$; $\lambda = 63.9\; W/mK$.

Est-il possible de calculer ces valeurs de 2 manières différentes ?

<u>*Réponses*</u> : a) $T_{(0,\, 8\text{ min})} = 42.1\,°C$ b) $\dot{q} = 7\,750\, W/m^2$ c) $Q = -\,26.9\; 10^{-6}\; J/m$

Oui : par abaques

Exercices concernant principalement les *Sources de chaleur interne § ???.*

5i.01. Une source de chaleur interne, de puissance volumique $\dot{q}_V$, est uniformément répartie dans une sphère métallique homogène de rayon r_0 de conductivité λ.

a) Etablissez la distribution de la température stationnaire au sein de la sphère.

b) On place la sphère dans un fluide de température T_∞. Calculez sa température au centre.

On prendra : $\dot{q}_V = 5\,10^5\ W/m^3$; $r_0 = 2.5\,cm$; $\lambda = 17\ W/mK$; $h = 14\ W/m^2K$; $T_\infty = 0\,°C$.

Réponses : a) $T_{(r)} - T_{r_0} = \dfrac{\dot{q}_V}{6\,\lambda}\left(r_0^2 - r^2\right)$ b) $T_{r=0} = 300\,°C$

Exercices concernant principalement la *Conduction multidirectionnelle § 6.1.*

61.01. Un bloc de glace ($a = 1.3\,10^{-6}\ m^2/s$; $\lambda = 2\ W/mK$) de dimensions 10 *cm* × 5 *cm* × 5 *cm* et de température initiale $T_0 = -20\,°C$, est subitement exposé à l'air libre de température $T_\infty = 26\,°C$ ($h = 8.5\,W/m^2K$).

a) Déterminez l'instant à partir duquel le bloc de glace commencera à fondre.
b) Que deviendrait cet instant si le bloc de glace était un cube de 5 *cm* de côté ?

Réponses : a) $t = 13.6\,min$ b) $t = 12.2\,min$

61.02. Une billette cylindrique, d'un diamètre de 10 *cm* et d'une longueur de 20 *cm*, en acier inoxydable ($\lambda = 23.5\,W/mK$; $a = 6.5\,10^{-6}\ m^2/s$) est chauffée à 590 *°C* pour subir un traitement de formage. Si la température minimale admissible pour le formage est de 480 *°C*, combien de temps peut-on exposer la billette à l'air ayant 38 *°C* si le coefficient de convection $h = 85\,W/m^2K$?

Réponse : $t = 47\ s$ (Gradient nul : $t = 189\ s$)

61.03. Dans l'étude d'équipement contre l'incendie, il est nécessaire de connaître comment les longues poutres en bois peuvent supporter le feu avant qu'elles s'enflamment. Les poutres sont longues, de section droite 50 x 100 *mm* et initialement à la température uniforme 16 *°C*. Les propriétés physiques du bois sont les suivantes :
$\rho = 800\,kg/m^3$; $c = 2\,512\ J/kgK$; $\lambda = 0.335\,W/mK$.
A l'instant où le feu se déclare, les poutres seront exposées aux gaz à 649 *°C* et la conductance par unité de surface sur toutes les faces sera égale à $h = 16.7\ W/m^2K$. Evaluer le temps qui s'est écoulé avant que le bois atteigne la température d'inflammation de 427 *°C*.

Réponse : $t \approx 0.23\,h$

61.04. Une brique réfractaire de dimensions, en *mm*, 220 x 105 x 50, à température initiale de 38 *°C*, est placée dans un écoulement de gaz chaud ($T_\infty = 650\,°C$; $h = 23\,W/m^2K$). Calculez, après 1 *h* la température au centre de cette brique.
Caractéristiques de la brique : $\rho = 2\,000\ kg/m^3$; $\lambda = 1.04\ W/mK$; $c = 960\ J/kgK$.

Réponses : a) $T_{(0,\,0,\,0,\,1h)} = 551.6\,°C$ b) $t \approx 47.8$ min

61.05. Un long cylindre de 20 *mm* de diamètre, fabriqué en alumine (oxyde d'aluminium polycristallin) et initialement à une température uniforme de 850 *K,* est soudainement exposé à un fluide à une température de 350 *K* avec un coefficient de convection $h = 500\ W/m^2K$. Estimer la température centrale de la tige après 30 *s* à une extrémité exposée et à une distance axiale de 6 *mm* de l'extrémité. Caractéristiques, supposées constantes, de l'alumine :
$\rho = 3\,970\ kg/m^3$; $c = 1154\ J/kgK$; $\lambda = 12.4\ W/mK$.

Réponse : $T_{(0.6\,mm;\ 30\,s)} = 331\,°C$

61.06. Un cylindre en Pyrex de 10 *cm* de diamètre et 16 *cm* de long, ayant les propriétés suivantes : $\lambda = 1.3\,W/mK$; $c_p = 750\ J/kgK$ et $\rho = 2\,200\ kg/m^3$, initialement à une température uniforme de 20 *°C* est placé dans un four où la température de l'air ambiant est de 600 *°C* et

$h = 30\, W/m^2 K$. Déterminez les températures minimale et maximale dans le cylindre 30 *min* après son placement dans le four.

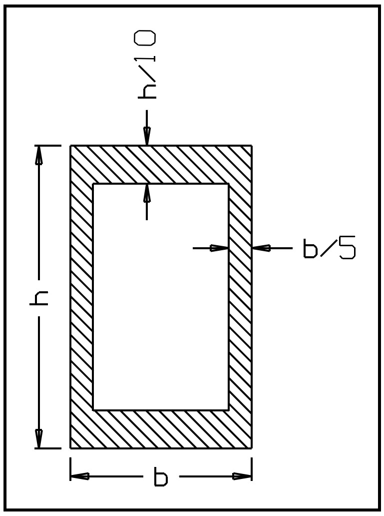
__Réponses__ : $T_{(coin,\, 30\ \text{min})} = 527\,°C$; $T_{(centre,\, 30\ \text{min})} =$

Exercices concernant principalement les *Compléments : Analogies*

CA.01. Retrouvez l'équation en température pour la méthode du gradient nul au moyen des analogies.

Réponse :
$$\frac{T_{(t)} - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \exp\left(- t/\tau\right)$$

CA.02. Une brique creuse à les dimensions du dessin ci-contre. La dimension transversale de la brique est égale à H. En utilisant les analogies électriques, trouvez la conductibilité thermique équivalente de cette brique. En prenant, notamment, comme hypothèse que dans la cavité d'air, coexistent des échanges par rayonnement et conduction si on considère que les dimensions sont suffisamment faibles pour empêcher les mouvements convectifs. Application numérique : $h = 10\,cm$; $b = 5\,cm$. $\lambda_{air} = 0.025\,W/mK$; $\lambda_{brique} = 1.25\,W/mK$; $h_{rayonnement} = 6\,W/m^2K$.



Réponse : $\lambda_{éq} \approx 0.5\,W/mK$