

<i>CHAPITRE 2 : CHAMPS DE TEMPÉRATURE UNIDIRECTIONNEL STATIONNAIRE</i>	- 2.1 -
<i>2.7. Cas particulier : les ailettes</i>	- 2.1 -
2.7.1. <i>L'équation de la barre</i>	- 2.1 -
<i>A) Ailettes de refroidissement à section droite uniforme</i>	- 2.1 -
2.7.2. <i>Flux extrait par une ailette</i>	- 2.2 -
<i>A) Longueur infinie</i>	- 2.2 -
<i>B) Longueur finie avec dissipation de chaleur à l'extrémité</i>	- 2.3 -
2.7.3. <i>Conception</i>	- 2.6 -
<i>A) Efficacité d'une ailette</i>	- 2.6 -
<i>B) Rendement d'une ailette</i>	- 2.6 -
<i>C) Choix et conception des ailettes</i>	- 2.9 -
2.7.4. <i>Approximation de l'ailette par la méthode des quadripôles</i>	- 2.10 -

CHAPITRE 2 : CHAMPS DE TEMPÉRATURE UNIDIRECTIONNEL STATIONNAIRE

2.7. Cas particulier : les ailettes

2.7.1. L'équation de la barre

Les problèmes considérés dans ce paragraphe se rencontrent dans la pratique lorsqu'un solide, ayant une section transversale relativement petite, émerge d'un grand corps et se trouve dans un fluide à température différente. De telles surfaces de grande étendue ont de nombreuses applications industrielles. Ainsi les ailettes fixées sur les surfaces des échangeurs ont pour but d'augmenter le transfert de chaleur.

A) Ailettes de refroidissement à section droite uniforme

Comme exemple simple, on considère une ailette ayant la forme d'une barre prismatique dont la base est liée à un mur porté à la température T_s supposée constante. Nous sommes donc en régime permanent. L'ailette est refroidie le long de sa surface par un fluide à température T_∞ . L'ailette de section transversale A_t constante est faite d'un matériau ayant une conductivité thermique uniforme λ et le coefficient d'échange de chaleur entre la surface de l'ailette et le fluide est h .

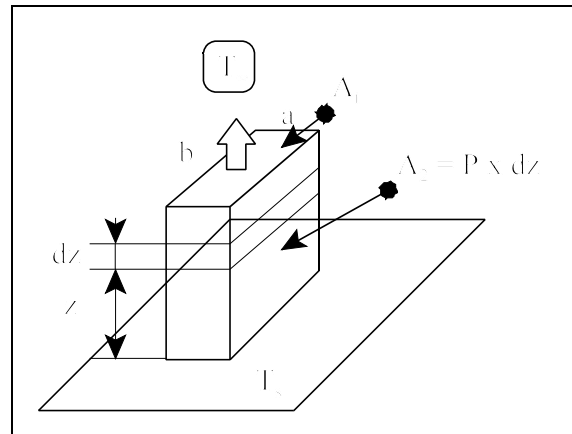


fig. 2.1. - Ailette

Hypothèse : $Bi < 0.1$

On supposera que les gradients radiaux de température sont si petits que la température est uniforme dans n'importe quelle section transversale de la barre, c'est-à-dire : $T = T(z)$. L'étude des limites de cette simplification, laquelle rend le problème de l'écoulement de la chaleur unidimensionnel, a montré que l'erreur commise dans une solution unidimensionnelle est au dessous de un pour cent, même pour une ailette relativement épaisse. Une manière de s'exprimer de façon plus générale est de dire que lorsque le nombre de Biot est inférieur à 0.1 dans deux directions de l'espace, il est possible de réduire un problème tridimensionnel en un problème unidirectionnel.

Le bilan thermique appliqué à un petit élément de l'ailette permettra d'obtenir une équation définissant la répartition des températures. En régime permanent, la quantité de chaleur qui entre, par conduction, par la face gauche de l'élément est égale à celle qui sort, par conduction, par la face droite de l'élément et, par convection de la surface vers le milieu extérieur, ou :

flux thermique qui entre, par conduction, dans l'élément par la face située à la distance z .	=	flux thermique qui sort, par conduction, de l'élément par la face située à la distance $z + dz$.	+	flux thermique qui sort, par convection, de la surface entre z et distance $z + dz$.
---	---	---	---	---

Le flux qui rentre par la face z est :

$$\dot{Q}_z = -\lambda A_t \frac{\partial T}{\partial z}$$

Le flux qui sort par la face $z + dz$ est :

$$\dot{Q}_{z+dz} = -\lambda A_t \frac{\partial}{\partial z} \left(T + \frac{\partial T}{\partial z} dz \right)$$

Le régime étant permanent, le flux de convection s'écrira :

$$\dot{Q}_{conv} = h P dz (T - T_\infty)$$

Notations : P périmètre de la section de la pièce m
 T_∞ température du fluide K

Dès lors :

$$\begin{aligned} \dot{Q}_z &= \dot{Q}_{z+dz} + \dot{Q}_{conv} \\ -\lambda A_t \frac{\partial T}{\partial z} &= -\lambda A_t \frac{\partial}{\partial z} \left(T + \frac{\partial T}{\partial z} dz \right) + h P dz (T - T_\infty) \\ 0 &= -\lambda A_t \frac{d^2 T}{dz^2} dz + h P dz (T - T_\infty) \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{d^2 T}{dz^2} - \frac{h P}{\lambda A} (T_{(z)} - T_\infty) = 0}$$

Posons : $m^2 = \frac{h P}{\lambda A} [m^{-2}]$

L'équation finale devient :

$$\boxed{\frac{d^2 T}{dz^2} - m^2 (T_{(z)} - T_\infty) = 0} \text{ (éq. 2.12.)}$$

L'équation (2.12.) est appelée équation de l'ailette en régime permanent.

2.7.2. Flux extrait par une ailette

A) Longueur infinie

La solution de cette équation de forme classique est :

$$T_{(z)} - T_\infty = C_1 \exp(mz) + C_2 \exp(-mz) \text{ (éq. 2.13.)}$$

Les différentes conditions limites sont :

Si $z = 0 \rightarrow T_{(z=0)} = T_s$ (T_s : température de surface)

Si $z = \infty \rightarrow T_{(z=\infty)} = T_\infty$ (température ambiante du fluide)

$$1^{\text{ère}} \text{ CL : } T_s - T_\infty = C_1 + C_2$$

$$2^{\text{ème}} \text{ CL : } 0 = C_1 \exp(m\infty) + C_2 \exp(-m\infty)$$

$$\Rightarrow C_1 = 0 \text{ et } C_2 = T_s - T_\infty$$

La solution est :

$$\left. \frac{T_{(z)} - T_{\infty}}{T_s - T_{\infty}} = \exp(-m z) \right\} \text{(éq. 2.19.)} \quad \text{avec : } m = \sqrt{\frac{h P}{\lambda A_t}}$$

P étant le périmètre de l'ailette et A_t la section transversale de l'ailette.

La quantité de chaleur (flux) transmise par l'ailette au fluide peut-être obtenue par deux méthodes différentes. Comme la chaleur s'écoulant *par conduction*, à travers la base de l'ailette doit être transmise *par convection* à partir de la surface de la barre au fluide. Nous aurons donc :

$$\dot{Q}_{ailette} = -\lambda A_t \left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=0} = \int_0^{\infty} h P (T_{(z)} - T_{\infty}) dz$$

Prenons la première égalité, dérivons l'équation (éq. 2.19.) et remplaçons dans l'équation ci-dessus. Nous obtenons :

$$\dot{Q}_{ailette} = -\lambda A_t (-m (T_s - T_{\infty}) \exp(-m 0)) = \lambda A_t m (T_s - T_{\infty})$$

Et finalement :

$$\left. \dot{Q}_{ailette} = \sqrt{h P \lambda A_t} (T_s - T_{\infty}) \right\} \text{(éq. 2.23.)}$$

Les équations (éq. 2.23.) et (éq. 2.19.) sont des approximations valables pour la répartition des températures et du flux de chaleur transmis pour *une ailette limitée* si sa longueur est relativement grande par rapport à l'aire de sa section transversale A_t . Soit : $\frac{l}{A_t} > 10$.

B) Longueur finie avec dissipation de chaleur à l'extrémité

En tenant compte des déperditions calorifiques par convection à l'extrémité de la barre, la chaleur s'écoulant *par conduction* de la face : $z = l$, doit être égale à la *chaleur transmise par convection* de la section finale de la barre au fluide, ou :

$$-\lambda A_t \left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=l} = A_t h_l (T_{(z=l)} - T_{\infty})$$

Le coefficient d'échange de chaleur à l'extrémité de la section terminale h_l n'est pas forcément égal à la valeur de h sur la surface extérieure de la barre. En remplaçant $T_{(z=l)}$ et $\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=l}$ par leur valeur tirée de l'équation : $T_{(z)} - T_{\infty} = C_1 \exp(m z) + C_2 \exp(-m z)$, et on obtient "aisément que" :

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_{(z)} - T_{\infty}}{T_s - T_{\infty}} &= \frac{\cosh(m(l-z)) + (h_l/m\lambda) \sinh(m(l-z))}{\cosh(ml) + (h_l/m\lambda) \sinh(ml)} \\ \dot{Q}_{ailette} &= \sqrt{h P \lambda A_t} (T_s - T_{\infty}) \frac{\sinh(ml) + (h_l/m\lambda) \cosh(ml)}{\cosh(ml) + (h_l/m\lambda) \sinh(ml)} \end{aligned} \right\} \text{(éq. 2.30.)}$$

Remarques :

- 1) Seuls les seconds termes du numérateur et du dénominateur contiennent h_l . Ces termes indiquent l'influence des pertes de chaleur par l'extrémité de la barre et modifient les résultats obtenus lorsque ces pertes sont négligées.
- 2) Si : $h_l = 0 \Rightarrow$ barre de longueur finie mais isolée à son extrémité.
- 3) Si nous recherchons la température à l'extrémité de la barre : $z = l$.

On constate qu'il est inutile de faire des ailettes trop longues. En pratique : $l \approx (6 \dots 10) e$ avec (l : longueur et e : épaisseur de l'ailette). En outre, il faut les écarter suffisamment pour que l'air de refroidissement puisse circuler facilement entre-elles.

La géométrie et la disposition les plus favorables des ailettes de refroidissement d'organes très chargés s'étudient expérimentalement.

Application 2.1. Dans un tube d'acier de 76 mm de diamètre s'écoule de la vapeur dont la température a été mesurée au moyen d'un thermomètre à mercure en verre plongé dans une gaine en acier contenant de l'huile. Alors qu'un manomètre précis indique 10.4 atmosphères, la température donnée par le thermomètre à mercure est de 179 °C. Les tableaux des propriétés de vapeur donnent, pour la température de saturation de la vapeur à 10.4 atmosphères, la valeur 182 °C. A première vue, l'indication du thermomètre, étant au dessous de la température de saturation, semble être erronée. Pour le montage, représenté sur la figure ci-contre, destiné, à mesurer la température, montrer que l'indication du thermomètre n'est pas incompatible avec celle de la pression, et, évaluer la température réelle si la température de la paroi du tube est 93 °C et le coefficient de convection entre la vapeur et la gaine du thermomètre est de 288 W/m²K.

Solution :

La gaine du thermomètre est essentiellement un cylindre creux plongé dans la vapeur à la température T_∞ . Comme la chaleur s'écoule à partir de la vapeur le long de la gaine vers les parois refroidies du tube, le thermomètre n'indique pas la vraie température de la vapeur, mais plutôt la température de l'extrémité de la gaine.

On peut évaluer la température de la vapeur en considérant la gaine du thermomètre comme une barre. La conduction le long du verre $\lambda = 8.6 \text{ W/m}^2\text{K}$ est négligeable, puisqu'elle est très petite par rapport à la chaleur s'écoulant le long de la gaine en acier.

Vérification "ailette mince"

$$Bi = \frac{h(V/A)}{\lambda} \approx \frac{h(r_0/2)}{\lambda} = \frac{280 \times (13/4) 10^{-3}}{48} = 0.019 < 0.1 \quad \text{OK}$$

La section transversale de l'ailette est :

$$A_t = (\pi/4) (13^2 - (13 - 6)^2) = 94.25 \text{ mm}^2$$

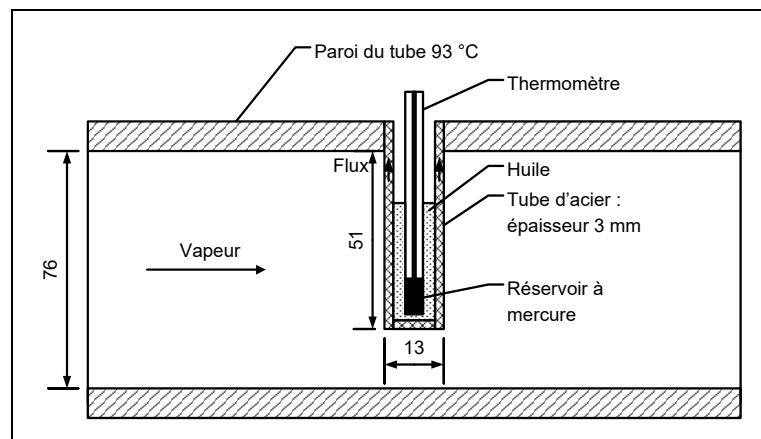


fig. 2.2. - Application 2.1. schéma.

Le périmètre est :

$$P = \pi d = \pi \times 13 = 40.82 \text{ mm}$$

La conductivité thermique de l'acier est $\lambda = 48 \text{ W/m}^2 \text{ K}$.

Calculons le facteur m :

$$m = \sqrt{\frac{h P}{\lambda A_t}} = \sqrt{\frac{288 \times 0.04082}{48 \times 94.25 \cdot 10^{-6}}} = 50.98 \text{ m}^{-1}$$

En première approximation on peut utiliser l'équation de l'ailette en longueur infinie avec $z = 51 \text{ mm}$, $T = 179^\circ \text{ C}$ et $T_s = 93^\circ \text{ C}$.

$$\frac{(T_{(z)} - T_\infty)}{(T_s - T_\infty)} = \exp(-m z)$$
$$\Rightarrow T_\infty = \frac{T_{(z)} - \exp(-m z) T_s}{(1 - \exp(-m z))} = \frac{179 - \exp(-50.98 \times 51 \cdot 10^{-3}) \times 93}{(1 - \exp(-50.98 \times 51 \cdot 10^{-3}))} = 185.9^\circ \text{ C}$$

Bien que cette correction du premier ordre donne une valeur raisonnable, les conditions aux limites appliquées lors de la détermination de l'équation de longueur infinie ne correspondent pas aux conditions physiques de l'extrémité de la gaine. L'équation de longueur finie est plus proche de la vérité puisque la chaleur s'écoule également de l'extrémité de l'ailette.

$$\frac{T_{(z)} - T_\infty}{T_s - T_\infty} = \frac{\cosh(m(l-z)) + (h_l/m\lambda) \sinh(m(l-z))}{\cosh(ml) + (h_l/m\lambda) \sinh(ml)}$$

Sachant que : $z = l = 51 \text{ mm}$ on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \cosh(ml) = \cosh(50.98 \times 51 \cdot 10^{-3}) = 6.77 \\ \sinh(ml) = \sinh(50.98 \times 51 \cdot 10^{-3}) = 6.69 \end{array} \right.$$

Et finalement :

$$\frac{T_{(z)} - T_\infty}{T_s - T_\infty} = 0.132 \Rightarrow T_\infty = \frac{0.132 T_s - T_{(z)}}{0.132 - 1} = 192^\circ \text{ C}$$

Cette dernière équation donne une température de vapeur égale à 192° C . Par conséquent, la vapeur dans le tube est effectivement surchauffée et l'erreur dans la lecture du thermomètre était de 10° C . L'erreur pourrait être réduite notablement en augmentant la longueur de la gaine du thermomètre à 76 mm et en le plaçant obliquement à 45° pour empêcher de toucher la paroi du tube.

2.7.3. Conception

A) Efficacité d'une ailette

Définition : L'efficacité d'une ailette est définie comme étant le rapport entre le flux de chaleur dissipé par l'ailette et le flux de chaleur qui quitterait la même surface s'il n'y avait pas d'ailette et si la température de base restait identique.

$$\phi_a = \frac{\dot{Q}_{ailette}}{h A_t (T_s - T_\infty)} = \frac{\text{Taux de transfert de chaleur de l'ailette}}{\text{Taux de transfert de chaleur sans l'ailette}} \quad (\text{éq. 2.49.})$$

<u>Notations</u> :	h	coefficient de transfert thermique par convection	W/m^2K
	A_t	aire transversale de l'ailette (à la base)	m^2
	T_s	température de surface	K
	T_∞	température du fluide	K

Cas particulier de l'ailette infinie

$$\phi_a = \frac{\sqrt{h \lambda P A_t} (T_s - T_\infty)}{h A_t (T_s - T_\infty)} = \sqrt{\frac{\lambda P}{h A_t}}$$

Donc, l'efficacité d'une ailette augmente si :

- 1) la conductivité thermique λ augmente;
- 2) le coefficient de transfert thermique par convection h diminue;
- 3) le rapport P/A_t augmente (ailette mince).

Interprétation de l'efficacité d'une ailette :

$$\phi_a = \frac{\dot{Q}_{ailette}}{h A_t (T_s - T_\infty)} = \frac{1}{h A_t} \frac{\dot{Q}_{ailette}}{(T_s - T_\infty)} = \frac{R_{th\ conv}}{R_{th\ cond\ ailette}} \quad \text{car } \dot{Q} = \frac{1}{R_{th}} \Delta T$$

<u>Notations</u> :	$R_{th\ conv}$	résistance attribuable à la convection à la base
	$R_{th\ cond\ ailette}$	résistance de l'ailette

Ainsi, l'efficacité d'une ailette peut être vue comme étant le rapport entre deux résistances. Si l'ailette sert à augmenter le transfert thermique, il faut que la résistance de l'ailette soit supérieure à celle attribuable à la convection à la base.

B) Rendement d'une ailette

Définition : Le rendement d'une ailette est défini comme étant le rapport entre le taux de transfert de chaleur réel de l'ailette et le taux de transfert thermique de l'ailette qui existerait si elle était toute à la température de la base.

$$\eta_a = \frac{\phi_{ailette}}{h A_{tot\ surf} (T_s - T_\infty)} = \frac{\text{Taux de transfert de chaleur de l'ailette}}{\text{Taux de transfert de chaleur maximal de l'ailette}} \quad (\text{éq. 2.55.})$$

<u>Notations</u> :	h	coefficient de transfert thermique par convection	W/m^2K
	$A_{tot\ surf}$	aire totale de la surface de l'ailette	m^2
	T_s	température de surface	K
	T_∞	température du fluide	K

Cette notion de rendement est plus rationnelle et plus utilisée que celle d'efficacité. En effet, la dernière condition de l'efficacité : "et si la température de base restait identique" recèle le point faible de cette notion d'efficacité, dans la réalité, la température de base peut quelque peu changer si l'on enlève l'ailette.

En nous plaçant dans les conditions d'une ailette de longueur finie avec extrémité isolée (ou si le flux en bout de l'ailette est négligeable) :

$$\eta_a = \frac{\sqrt{h P \lambda A_t} (T_s - T_\infty) \tanh(m l)}{h P l (T_s - T_\infty)} = \sqrt{\frac{\lambda A_t}{h P}} \frac{\tanh(m l)}{l} = \frac{\tanh(m l)}{m l} \quad (\text{éq. 2.56.})$$

Application 2.2. Calculez la température à l'extrémité d'une ailette, rectangulaire, de culasse en aluminium ($\lambda = 204 W/mK$), de dimensions : 2 mm x 80 mm et longueur égale à 25 mm. La convection se fait de manière naturelle ($h = 20 W/m^2 K$). La température ambiante est de 20 °C et la culasse est portée à une température de 320 °C. Quel flux traverse cette ailette ? Quelle est son efficacité ainsi que son rendement ?

Solution :

Vérification "ailette mince"

$$V = 2 \times 80 \times 25 = 4000 \text{ mm}^3$$

$$A = 2 \times (2 + 80) \times 25 + (2 \times 80) = 4260 \text{ mm}^2$$

$$Bi = \frac{h(V/A)}{\lambda} = \frac{20 \times (4000/4260) 10^{-3}}{204} = 9.2 \cdot 10^{-5} < 0.1 \quad OK$$

Vérification de la longueur infinie

$$l/A_t > 10 \Rightarrow \frac{25}{2 \times 80} = 0.156 \Rightarrow \text{longueur finie}$$

Calculons le facteur m

$$m = \sqrt{\frac{h P}{\lambda A_t}} = \sqrt{\frac{20 \times 0.164}{204 \times 160 \cdot 10^{-6}}} = 10.02 \text{ m}^{-1}$$

Avec : le périmètre : $P = 2 \times (2 + 80) = 164 \text{ mm}$

La section : $A_t = 2 \times 80 = 160 \text{ mm}^2$

Calculons la température à l'extrémité de l'ailette ($z = 25 \text{ mm}$)

Hypothèse : le coefficient de transfert thermique par convection est constant et le même le long de l'ailette et à son extrémité.

$$\begin{aligned} \frac{T_{(z)} - T_{\infty}}{T_s - T_{\infty}} &= \frac{\cosh(m(l-z)) + (h_l/m\lambda) \sinh(m(l-z))}{\cosh(ml) + (h_l/m\lambda) \sinh(ml)} \\ &= \frac{1+0}{\cosh(0.25) + 20/(10.02 \times 204) \times \sinh(0.25)} \\ \Rightarrow T &= 310.3^{\circ}\text{C} \quad (> 254^{\circ}\text{C si infini}) \end{aligned}$$

Calculons le flux dissipé par l'ailette

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{ailette} &= \sqrt{h P \lambda A} (T_s - T_{\infty}) \frac{\sinh(ml) + (h_l/m\lambda) \cosh(ml)}{\cosh(ml) + (h_l/m\lambda) \sinh(ml)} \\ &= \sqrt{20 \times 0.164 \times 204 \times 160 \cdot 10^{-6}} \times (320 - 20) \times \frac{0.253 + 20/(10.02 \times 204) \cdot 1.031}{1.031 + 20/(10.02 \times 204) \cdot 0.253} \\ &= 25 \text{ W} \\ &(> 98.2 \text{ W si infini}) \end{aligned}$$

Efficacité de l'ailette

$$\varphi_a = \frac{\dot{Q}_{ailette}}{h A_t (T_s - T_{\infty})} = \frac{25}{20 \times (0.002 \times 0.08) \times (320 - 20)} = 26 > 1 \quad (OK)$$

Rendement de l'ailette

$$\begin{aligned} \eta_a &= \frac{\dot{Q}_{ailette}}{h A_{tot\ surf} (T_s - T_{\infty})} = \frac{\dot{Q}_{ailette}}{h (Pl + A_t) (T_s - T_{\infty})} \\ &= \frac{25}{20 \times (164 \cdot 10^{-3} \times 25 \cdot 10^{-3} + 160 \cdot 10^{-3}) \times (320 - 20)} \\ &= \frac{25}{25.56} = 97.8\% \end{aligned}$$

C) Choix et conception des ailettes

Le choix d'une forme géométrique convenable d'une ailette exige un compromis aussi bien entre le prix, le poids, l'espace disponible et la chute de pression qu'entre les propriétés du transfert de la chaleur des surfaces étendues.

Pour une surface plane d'aire A , la résistance thermique de convection est : $R_{th\ conv} = \frac{1}{h A}$. L'emploi des ailettes augmente l'aire de la surface, mais en même temps, il introduit aussi une résistance conductive sur cette partie de la surface initiale à laquelle sont liées les ailettes. Aussi la présence des ailettes n'aura pas toujours pour effet une augmentation du flux de chaleur (voir figure ci-contre).

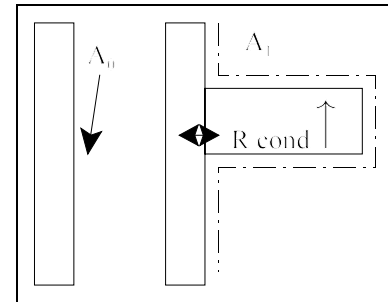


fig. 2.3. -

Autrement dit, il faut que si l'efficacité (φ de l'ailette soit supérieur à l'unité $\varphi_a = \sqrt{\frac{\lambda P}{h A_t}} \geq 1$ et que ce facteur soit le grand possible.

Dans la pratique, l'emploi des ailettes est justifiable si : $h < 0.2 \dots 0.25 \frac{P \lambda}{A_t}$

L'examen des valeurs moyennes des coefficients d'échange de chaleur montre que les ailettes augmentent efficacement le transfert de chaleur vers ou à partir d'un gaz, qu'elles sont moins utiles lorsque le milieu est un liquide en écoulement forcé, et, qu'elles n'offrent aucun avantage dans la transmission de chaleur vers les liquides en ébullition ou à partir des vapeurs qui se condensent. Ainsi, pour une ailette aiguille, en aluminium de 3 mm de diamètre, plongée dans un réchauffeur classique de gaz :

- ▶ $\varphi_A = 47$ (Réchauffeur de gaz)
- ▶ $\varphi_A = 6.65$ (Réchauffeur d'eau)

Par conséquent, l'ailette serait plus efficace dans le réchauffeur de gaz que dans celui de l'eau.

Il ressort de ces considérations que lorsqu'on utilise des ailettes, elles doivent être placées à la surface d'échange, du côté où le coefficient de transfert de chaleur entre le fluide et la surface est le plus faible. Les ailettes minces, étroites et rapprochées sont meilleures au point de vue transmission de la chaleur, que les ailettes espacées et épaisses. Evidemment les ailettes formées d'un matériau ayant une conductivité thermique élevée est souhaitables.

Les ailettes sont, souvent, liées au pourtour de la surface extérieure des tubes. Le comportement de telles ailettes peut être déterminé, d'une manière approchée, en utilisant les équations relatives aux ailettes rectangulaires, avec l'aire A ($A = \pi d_{moy} e$) et le périmètre P ($P = 2(\pi d_{moy})$) pris à la valeur moyenne entre la base et le rayon extérieur de cette ailette circulaire. Cette approximation reste satisfaisante tant que la hauteur de l'ailette est faible devant le diamètre de la base.

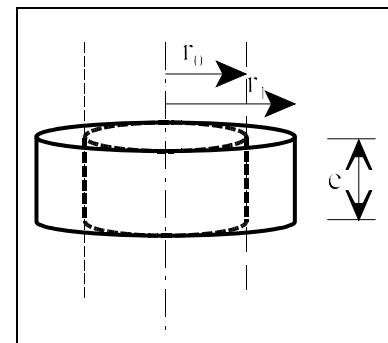


fig. 2.4. -

2.7.4. Approximation de l'ailette par la méthode des quadripôles

A) Régime permanent

La relation de base de l'ailette en régime permanent devient : $\frac{d^2 T}{dz^2} - m(T_{(z)} - T_\infty) = 0$, peut se traduire par un quadripôle dont, évidemment, tous les éléments sont résistifs, avec, comme dans le cas du mur :

$$\left\{ Z_3 = \frac{1}{C}; Z_1 = \frac{A-1}{C}; Z_2 = \frac{D-1}{C} \right\} \text{ et donc : } \begin{cases} Z_1 = Z_2 = \frac{\cosh(\alpha e) - 1}{\lambda A \alpha \sinh(\alpha e)} \\ Z_3 = \frac{1}{\lambda A \alpha \sinh(\alpha e)} \end{cases}$$

Et dans ce cas précis ($e = l$) la longueur de l'ailette et $\alpha = m = \sqrt{\frac{h P}{\lambda A_t}}$.

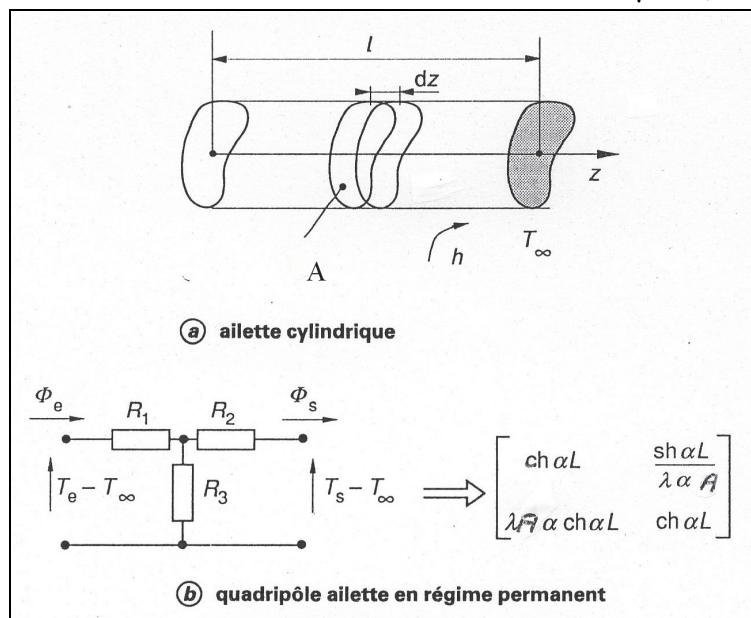


fig. 2.5. - Quadripôle de l'ailette

B) Régime instationnaire

A faire...