

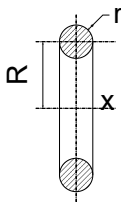
### ANNEXE 3 : MOMENTS D'INERTIE PARTICULIERS

(Version du 25 mars 2019 (17h34))

Le tableau ci-dessous donne les moments d'inertie de différents corps solides de masse  $m$ . Dans tous les cas, on admet que la masse volumique du corps est uniforme (c'est-à-dire constante).

<i>Corps solide</i>	<i>Moment d'inertie</i>
<b>1) Tige mince de longueur <math>l</math></b> a) par rapport à un axe perpendiculaire à la tige au centre de gravité b) par rapport à un axe perpendiculaire à la tige en son extrémité	$\frac{1}{12} m l^2$ $\frac{1}{3} m l^2$
<b>2) Parallépipède rectangle de côtés <math>a, b, c</math></b> a) par rapport à un axe parallèle à $c$ passant par le centre de la face $ab$ b) par rapport à un axe parallèle à $c$ passant par le centre de la face $bc$	$\frac{1}{12} m (a^2 + b^2)$ $\frac{1}{12} m (4 a^2 + b^2)$
<b>3) Plaque rectangulaire mince de côtés <math>a, b</math></b> a) par rapport à un axe perpendiculaire à la plaque en son centre b) par rapport à un axe parallèle au côté $b$ en son centre	$\frac{1}{12} m (a^2 + b^2)$ $\frac{1}{12} m a^2$
<b>4) Cylindre de rayon <math>r</math> et de hauteur <math>h</math></b> a) par rapport à l'axe du cylindre b) par rapport à un axe passant par le centre de gravité du cylindre et perpendiculaire à son axe c) par rapport à un diamètre d'une de ses bases	$\frac{1}{2} m r^2$ $\frac{1}{12} m (h^2 + 3 r^2)$ $\frac{1}{12} m (4 h^2 + 3 r^2)$
<b>5) Cylindre de rayon extérieur <math>r_e</math>, de rayon intérieur <math>r_i</math> et de hauteur <math>h</math></b> a) par rapport à l'axe du cylindre b) par rapport à un axe passant par le centre de gravité du cylindre et perpendiculaire à l'axe du cylindre c) par rapport à un diamètre d'une de ses bases	$\frac{1}{2} m (r_e^2 + r_i^2)$ $\frac{1}{12} m (3 r_e^2 + 3 r_i^2 + h^2)$ $\frac{1}{12} m (3 r_e^2 + 3 r_i^2 + 4 h^2)$

<i>Corps solide</i>	<i>Moment d'inertie</i>
<b>6) Plaque circulaire de rayon <math>r</math></b>	
a) par rapport à l'axe perpendiculaire à la plaque en son centre	$\frac{1}{2} m r^2$
b) par rapport à un diamètre	$\frac{1}{4} m r^2$
<b>7) Plaque circulaire creuse ou couronne de rayon extérieur <math>r_e</math> et de rayon intérieur <math>r_i</math></b>	
a) par rapport à l'axe perpendiculaire au plan du disque en son centre	$\frac{1}{2} m (r_e^2 + r_i^2)$
b) par rapport à un diamètre	$\frac{1}{4} m (r_e^2 + r_i^2)$
<b>8) Anneau mince de rayon <math>r</math></b>	
a) par rapport à un axe perpendiculaire à son plan en son centre	$m r^2$
b) par rapport à un diamètre	$\frac{1}{2} m r^2$
<b>9) Sphère de rayon <math>r</math></b>	
a) par rapport à un diamètre	$\frac{2}{5} m r^2$
b) par rapport à un axe tangent à sa surface	$\frac{7}{5} m r^2$
<b>10) Sphère creuse de rayon extérieur <math>r_e</math> et de rayon intérieur <math>r_i</math></b>	
a) par rapport à un diamètre	$\frac{2}{5} m \left( \frac{r_e^5 - r_i^5}{r_e^3 - r_i^3} \right)$
b) par rapport à un axe tangent à sa surface	$\frac{2}{5} m \left( \frac{r_e^5 - r_i^5}{r_e^3 - r_i^3} \right) + m r^2$
<b>11) Sphère creuse de rayon <math>r</math></b>	
a) par rapport à un diamètre	$m r^2$
b) par rapport à un axe tangent à sa surface	$2 m r^2$
<b>12) Ellipsoïde de demi-axes <math>a, b, c</math></b>	
a) par rapport à l'axe $c$	$\frac{1}{5} m (a^2 + b^2)$

<i>Corps solide</i>	<i>Moment d'inertie</i>
b) par rapport à un axe tangent à sa surface, parallèle au demi-axe $c$ et à une distance $a$ du centre	$\frac{1}{5} m (6 a^2 + b^2)$
<b>13) Cône circulaire de rayon <math>r</math> et de hauteur <math>h</math></b>	
a) par rapport à l'axe du cône	$\frac{3}{10} m r^2$
b) par rapport à un axe passant par le sommet et perpendiculaire à l'axe	$\frac{3}{20} m (r^2 + 4 h^2)$
c) par rapport à un axe passant par le centre de gravité et perpendiculaire à l'axe	$\frac{3}{80} m (4 r^2 + h^2)$
<b>14) Tore de rayon extérieur <math>r_e</math> et de rayon intérieur <math>r_i</math></b>	
a) par rapport à un axe passant par le centre de gravité perpendiculaire au plan du tore	$\frac{1}{4} m (7 r_e^2 - 6 r_e r_i + 3 r_i^2)$
autre formulation	$m \left( R^2 + \frac{3}{4} r^2 \right)$
	
b) par rapport à un axe passant par le centre de gravité dans le plan du tore	$\frac{1}{4} m (9 r_e^2 - 10 r_e r_i + 5 r_i^2)$
<b>15) Mouvement linéaire d'une masse <math>m</math> tangente à un cercle (galet) de rayon <math>r</math>, moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation du galet</b>	$m r^2$ [*] $\approx 91.2 m \left( \frac{v}{n} \right)^2$

Remarque :

Dans ce dernier cas [\*], on peut modifier la formule afin d'obtenir le moment d'inertie, non pas en fonction du rayon du galet, mais en fonction de la vitesse de translation  $v$  de la masse  $m$  et de la vitesse de rotation  $n$  du galet, ce qui est souvent plus pratique.

On sait :  $v = \omega r \Rightarrow r = \frac{v}{\omega}$  et si on se souvient que  $\omega = \frac{2 \pi n}{60}$ , on obtient :

$$r = \frac{v}{\omega} = \frac{30 v}{\pi n}, \text{ avec } v \text{ en m/s et } n \text{ en tr/min.}$$

Si on remplace cette dernière équation dans [\*], on trouve pour un mouvement linéaire d'une masse  $m$  tangente à un cercle (galet) de rayon  $r$  :

$$J_{\Delta} = \frac{30^2}{\pi^2} m \frac{v^2}{n^2} \approx 91.2 m \frac{v^2}{n^2}.$$