CHAPITRE 4. CINÉMATIQUE

4.1. *Généralités sur les espaces, les vitesses et les accélérations*

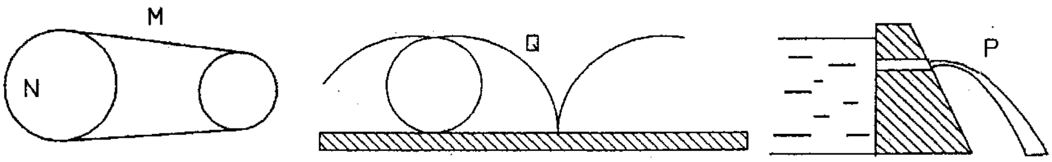
4.1.1. Généralités

On dit qu'un corps est en mouvement par rapport à un système de référence lorsque les distances qui le séparent d'un point quelconque de ce système de référence varient avec le temps.

On entend par *trajectoire* d'un point mobile, la ligne qui joint, d'une manière continue, les différentes positions successives prise par le mobile au cours de son déplacement.

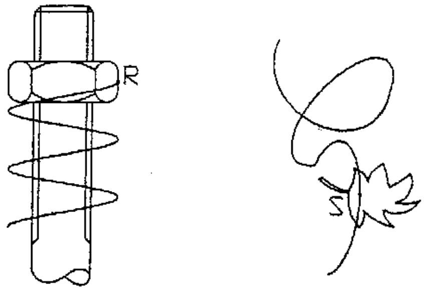
La trajectoire peut être plane ou gauche. Parmi les trajectoires planes, on distinguera par exemple les trajectoires :

- rectiligne M de la courroie;
- circulaire N de la poulie;
- parabolique P du jet d'eau;
- cycloïdale Q de la roue qui roule sans glisser.



Parmi les trajectoires gauches, signalons :

- la trajectoire hélicoïdale R de l'écrou;
- la trajectoire quelconque S de la feuille morte.



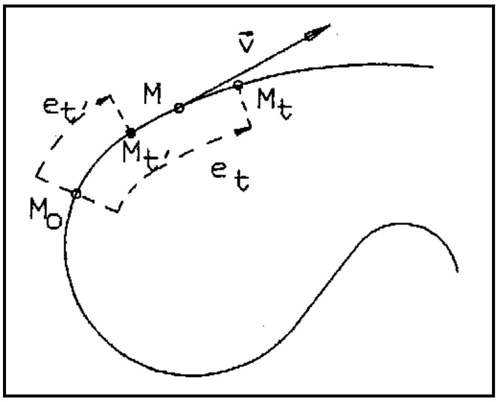
Le sens du mouvement peut être continu ou alternatif.

- Il est continu lorsque le mobile parcourt sa trajectoire toujours dans le même sens;
- Il est alternatif lorsque la trajectoire est parcourue tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre.

4.1.2. <u>Espace parcouru</u>

On entend par ESPACE parcouru (e) par un mobile M, la longueur de la trajectoire parcourue. En fait, la notion d'espace parcouru (e) doit toujours être complétée par celle du temps (espace parcouru pendant (t) secondes). Unités : le mètre (m).

4.1.3. <u>Vitesse</u>



Lorsqu'un mobile se déplace, sa position varie au cours du temps. Le rapport entre la distance parcourue et le temps écoulé constitue ce qu'on appelle la VITESSE MOYENNE du mobile. Plus exactement, la vitesse moyenne est égale au quotient de la variation de la position ($e_{final} - e_{initial}$) par la variation de temps ($t_{final} - t_{initial}$).

$$v_{moy} = \frac{M_0 M_t - M_0 M_{t'}}{t - t'} = \frac{e_t - e_{t'}}{t - t'} = \frac{\Delta e}{\Delta t} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.3)}}$$

Le fluctuations éventuelles de la vitesse ne sont cependant pas définies par ce calcul. Pour connaître la vitesse à chaque instant,,il faudrait faire des mesures beaucoup plus fréquentes, c'est-à-dire, diminuer l'intervalle (Δt).

On obtient la valeur de la vitesse instantanée en calculant la limite du rapport ($\Delta e / \Delta t$) lorsque (Δt) tend vers zéro.

Cette définition est précisément celle de la dérivée d'une fonction : la vitesse est la dérivée de la position par rapport au temps.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{de}{dt} \quad \text{et pour être tout-à-fait correct, il faut écrire :} \quad \boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{e}}{dt}} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.8)}}$$

La vitesse est donc la variation du vecteur position pendant un certain temps.

La vitesse ($\vec{v}$) est un vecteur dont les caractéristiques sont :

- origine : en M, sur la trajectoire;
- direction : tangente à la trajectoire en M;
- sens : celui du mouvement;
- module : valeur de v à cet instant (porté à l'échelle).

4.1.4. <u>Accélération</u>

D'une façon analogue, on définit l'accélération moyenne d'un mobile comme étant le rapport entre l'accroissement de la vitesse et l'intervalle de temps pendant lequel on à mesuré cet accroissement.

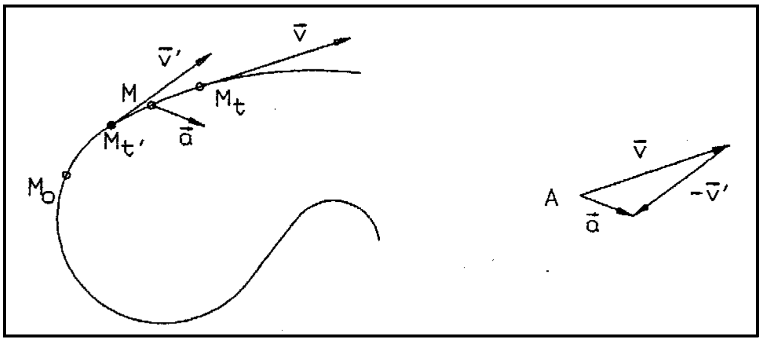
$$a_{moy} = \frac{v_{finalle} - v_{initiale}}{t_{final} - t_{initial}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.10)}}$$

Pour connaître l'accélération à chaque instant, il faut réduire l'intervalle (Δt) à la valeur la plus petite possible.

On obtient l'accélération instantanée en calculant la limite du rapport ($\Delta v / \Delta t$) lorsque (Δt) tend vers zéro. L'accélération est la dérivée de la position par rapport au temps.

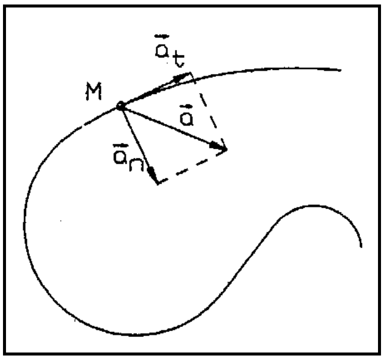
$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad \text{et pour être tout-à-fait correct, il faut écrire :} \quad \boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.15)}}$$

Puisque d'autre part, $v = \dfrac{de}{dt}$, on à : $\boxed{a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{de}{dt}\right) = \dfrac{d^2 e}{dt^2}}$ ***(éq. 4.17)***



On montre en mécanique analytique que :

- la composante tangentielle ($\vec{a}_t$) de l'accélération représente ***la variation de la grandeur de la vitesse*** $\boxed{|\vec{a}_{tg}| = \frac{dv}{dt}}$;
- quant à la composante normale ($\vec{a}_n$) de l'accélération, elle est représentative de 1a variation de la ***direction du vecteur vitesse*** $\boxed{|\vec{a}_n| = \frac{v^2}{\rho}}$ ((ρ) étant le “rayon de courbure” de la trajectoire).



En résumé :

- *l'accélération tangentielle* ($\vec{a}_t$) n'existe que si la vitesse varie en grandeur;
- *l'accélération normale (ou centripète)* ($\vec{a}_n$) n'existe que s'il y a courbure de la trajectoire ($r < \infty$).

<u>Application chiffrée</u>

Un mobile parcourt une trajectoire circulaire de 15 m de diamètre à la vitesse constante de 20 m/s. Calculez la durée d'une rotation complète (période). Calculez l'accélération normale.

Solution :

Durée d'une rotation

La vitesse étant l'espace parcouru pendant un certain temps, le temps est donc l'espace divisée par la vitesse. Soit : $v = \frac{\Delta e}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta e}{v} = \frac{\pi\, d}{v} = \frac{\pi \times 15}{20} = 2.36\ \text{s}$

Accélération normale : $|\vec{a}_n| = \frac{v^2}{\rho} = \frac{20^2}{7} = 57.1\ \text{m/s}^2$

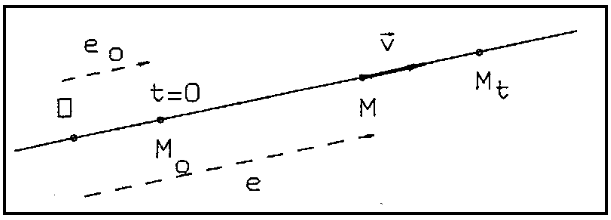
4.2. ***Mouvements rectilignes***

4.2.1. Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

C'est un mouvement dans lequel le mobile parcourt, toujours dans le même sens, des espaces égaux en des temps égaux, sur une trajectoire rectiligne.

La vitesse étant constante ce qui implique : $a_{tg} = 0$;
La trajectoire ne présentant pas de courbure : $a_n = 0$;

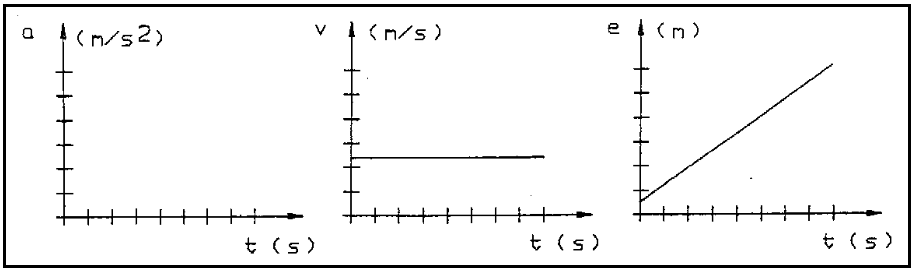
On a donc une vitesse constante quelque soi la temps. Et de ce fait, nous avons par définition même de la vitesse que : $v = \frac{e}{t}$ et l'espace parcouru (e) devient, si l'on tient compte d'une position initiale (e_0) :



$\boxed{e = e_0 + v_0\, t}$ ***(éq. 4.27)***

avec : e_0 : position initiale de M_0 [m]
v_0 : vitesse initiale (constante) [m/s]

Représentation graphique
On peut évidemment représenter le mouvement de plusieurs mobiles sur un seul jeu de graphiques.



Application chiffrée

Un ascenseur monte 12 étages de 3 m en 1 min 20 s. Calculez la vitesse d'ascension.

Solution :
Mouvement rectiligne uniforme : $e = e_0 + v_0\, t$
avec : $e = 12 \times 3 = 36\, m$ et $e_0 = 0$ pas de position initiale
$t = 1 \min 20\, s = 80\, s$

Et donc : $v = \frac{e}{t} = \frac{36}{80} = 0.45\, m/s$

4.2.2. Cas particulier : le débit

> *Définition : le débit volumétrique (d'une tuyauterie, d'un transbordeur,...) est le volume véhiculé en une seconde. On le désigne généralement par le symbole (q_v), et son unité est le [m^3/s].*

$$\boxed{q_v = \frac{V}{t} = A\,v} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.33)}}$$

Le débit volume est donc un volume par unité de temps, mais aussi la surface de passage (A) multiplié par la vitesse du fluide (v).

Remarque :
Il est à noter que, dans une conduite, transporteur ou autre, c'est le *débit massique* qui reste constant tout au long du parcourt et non le débit volumique. Celui-ci n'est constant que si la masse volumique reste constante tout au long du processus.

$$\boxed{q_m = \frac{m}{t} = q_v\,\rho} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.34)}}$$

Application chiffrée

Une tuyauterie de 80 mm de diamètre débite 60 m^3 d'eau à l'heure. Calculez la vitesse de circulation.

Solution :

Débit volumique : $q_v = A\,v \quad \Rightarrow \quad v = \dfrac{q_v}{A}$

avec : $$\begin{cases} q_v = \dfrac{60\,m^3}{3600\,s} = 0{,}0167\ \mathrm{m}^3\ /\ s \\ A = \dfrac{\pi\,d^2}{4} = \dfrac{\pi \times 0.08^2}{4} = 0.00503\,m^2 \end{cases}$$

Et donc : $v = \dfrac{q_v}{A} = \dfrac{0.0167}{0.00503} = 3.32\,m\,/\,s$

4.2.3. Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

A) *Notion de vitesse moyenne*

La vitesse moyenne est l'espace total parcouru divisé par le temps total pour parcourir cet espace. Autrement dit c'est la vitesse constante qu'aurait eu le mobile pour parcourir l'espace dans le même temps que dans la réalité à vitesse variable.

$$\boxed{v_{moy} = \frac{e_{tot}}{t_{tot}}} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.38)}}$$

Dans le cas d'un mouvement rectiligne uniformément varié, la vitesse moyenne est la moyenne arithmétique entre la vitesse initiale (v_0) et la vitesse finale (v), Soit :

$v_{moy} = \dfrac{v_0 + v}{2}$ et le chemin parcour aura dans ce cas l'expression suivante :

$$e = v_{moy}\ t = \frac{v_0 + v_t}{2}\ t$$

B) *MRUA*

Le mobile décrit une trajectoire rectiligne avec une vitesse qui augmente (ou diminue) de façon régulière dans le temps.

La trajectoire ne présentant pas de courbure : $a_n = 0$;
L'accélération étant constante, ce qui implique : $a_{tg} = a$;

On a donc par définition de l'accélération :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} \quad \rightarrow \quad \boxed{v = v_0 + a\ t} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.44)}}$$

Si l'accélération est constante, nous pouvons utiliser la notion de vitesse moyenne :

$$v_{moy} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{(v_0 + a\ t) + v_0}{2} = v_0 + \frac{a\ t}{2}$$

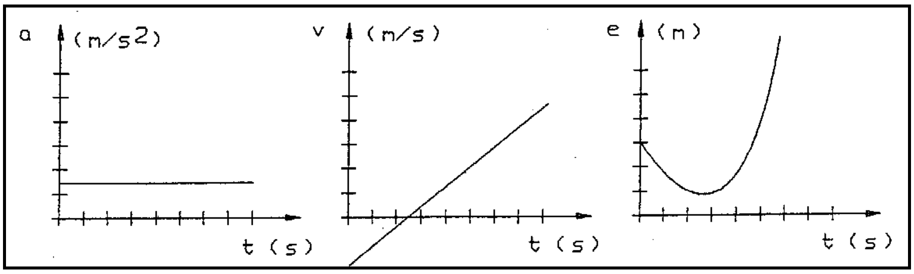
En introduisant cette dernière équation dans celle de l'espace parcouru, nous obtenons :

$$e = v_{moy}\ t = \left(v_0 + \frac{a\ t}{2}\right) t \quad \rightarrow \quad \boxed{e = e_0 + v_0\ t + \frac{a\ t^2}{2}} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.47)}}$$

avec :

avec :	e	: espace parcouru	[m]
	e_0	: position initiale de M_0	[m]
	v	: vitesse finale	[m/s]
	v_0	: vitesse initiale	[m/s]
	a	: accélération constante	[m/s^2]

C) *Représentation graphique*



Application chiffrée

Une voiture part du repos et accélère sur une longueur de 400 m. Le temps de parcours est de 19 s. Calculez l'accélération, la vitesse finale et sa vitesse moyenne sur le parcours.

Solution :
Calculons son accélération (supposée constante)

MRUA : $e = e_0 + v_0\, t + \dfrac{a\, t^2}{2}$ avec : $e_0 = 0$ *et* $v_0 = 0$ et donc :

$$e = \frac{a\, t^2}{2} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2\, e}{t^2} = \frac{2 \times 400}{19^2} = 2.22\ m/s^2$$

La vitesse finale est :

$$v = v_0 + a\, t = 0 + 2.22 \times 19 = 42.2\ m/s \quad ou \quad \frac{42.2 \times 3600}{1000} = 152\ km/h$$

La vitesse moyenne sur le parcours

$$v_{moy} = \frac{e_{tot}}{t_{tot}} = \frac{400}{19} = 21.1\ m/s \quad \text{ou dans ce cas précis :} \quad v_{moy} = \frac{v_{\max}}{2} = \frac{42.18}{2} = 21.1\ m/s$$

4.2.4. Cas particulier : la chute des corps

Remarques préliminaires :

1) Les corps sont attirés vers le centre de la Terre (gravitation). C'est un cas particulier de l'attraction universelle montrée par Newton(1). La force d'attraction est le poids des corps.
2) La direction de la chute est verticale (droite joignant le corps au centre de la Terre).
3) Le mouvement de la chute est mouvement rectiligne (suivant la "verticale") uniformément accéléré et ce mouvement, dans le vide, est identique pour tous les corps; ni le poids, ni la forme, ni la matière n'ont d'importance.
4) Cette accélération particulière due à la pesanteur ou à la gravitation porte la notation universelle "g".

Approximation communément admise :

On peut admettre que les corps denses et compacts suivent la loi théorique de la chute libre dans 1'air atmosphérique, et ce, pour les premières secondes de chute pendant

(1) *Newton Isaac : mathématicien, physicien, astronome anglais (1642 - 1727)*

lesquelles la résistance de l'air n'a pas pu encore prendre de 1'importance.

A) *Calcul de 1'accélération (g)*

L'expérience montre qu'à Paris (et en Belgique), 1'espace parcouru pendant la première seconde de chute est 4,905 m. Cette expérience va nous permettre de calculer facilement la valeur de (g).

En effet, le mouvement est un mouvement uniformément accéléré, on écrira :

$$e = \frac{a\,t^2}{2} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2\,e}{t^2} = \frac{2 \times 4.905}{1^2} = 9.81\,m/s^2$$

Il arrive bien souvent que, pour la commodité, les calculs se mènent avec g ≈ 10 m/s^2.

B) *Calcul de la vitesse à l'arrivée au sol*

Calculons la vitesse à l'arrivée au sol d'un corps qui tombe d'une hauteur (h). Nous ne tiendrons pas compte de la résistance de l'air.

Adaptons les formules du MRUA au cas de la chute libre. On obtient, sachant que (a = g) est constant.

- $v = g\,t$ [m/s] **(1)**
- $h = \dfrac{g\,t^2}{2}$ [m] **(2)**

Dans le cas ou la direction du déplacement est du haut vers le bas. Et combinant les relations **(1)** et **(2)**, on obtient :

$$v = g\,t = g\sqrt{\frac{2\,h}{g}} = \sqrt{\frac{2\,g^2\,h}{g}} \qquad \text{et donc :} \qquad \boxed{v = \sqrt{2\,g\,h}}$$ ***(éq. 4.58)*** [(2)]

C) *Corps lancé verticalement*

Considérons un corps lancé verticalement avec une vitesse initiale (v_0). Recherchons la vitesse et l'espace parcouru après (t) secondes. Deux cas sont à envisager :

- corps lancé de bas en haut;
- corps lancé de haut en bas.

1) *Corps lancé de haut en bas*

Dans ce cas la vitesse et l'accélération ont le même sens. Prenons comme sens positif, le sens haut-bas. Dans ce cas, les équations MRUA deviennent :

- $v = v_0 + g\,t$ [m/s]
- $h = v_0 t + \dfrac{g\,t^2}{2}$ [m]

2) *Corps lancé de bas en haut*

Dans ce cas la vitesse et l'accélération sont de sens contraire. Prenons comme sens positif, le sens bas-haut. Dans ce cas, les équations MRUA deviennent :

- $v = v_0 - g\,t$ [m/s]

[(2)] *Torricelli Evangelista : physicien italien (1608 - 1647)*

– $h = v_0 t - \dfrac{g\,t^2}{2}$ [m]

3) *Cas particulier : calcul de la hauteur d'ascension d'un corps lancé*

Reprenons le cas précédent. La hauteur maximale d'ascension est atteinte quand la vitesse du mobile est nulle. En ce point on peut écrire :

$0 = v_0 + g\,t \quad \Rightarrow \quad t = \dfrac{v_0}{g}$. Si nous remplaçons celle-ci dans l'équation de la hauteur, nous obtenons : $\boxed{h = v_0\left(\dfrac{v_0}{g}\right) - \dfrac{g}{2}\left(\dfrac{v_0}{g}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad h_{tot} = \dfrac{v_0^2}{2\,g}}$ ***(éq. 4.64)***

Ayant atteint sa hauteur maximale ("apogée"), laissons le corps retomber. Sa vitesse à l'arrivée au sol vaudra, suivant Torricelli : $v = \sqrt{2\,g\,h}$; Remplaçons (h) par la valeur trouvée ci dessus, il vient : $v = \sqrt{2\,g\left(\dfrac{v_0^2}{2\,g}\right)} = v_0$; La vitesse d'impact est donc égale à la vitesse de lancement et de par le fait même le temps de montée est égal au temps de descente.

Application chiffrée

Un corps lancé verticalement de bas en haut avec une vitesse de 110 m/s. Calculez sa vitesse et sa hauteur atteinte après 5 s. Quelle sera son apogée ainsi que le temps d'ascension ?

Solution :

Calculons sa vitesse : $v_5 = v_0 - g\,t = 110 - 9.81 \times 5 = 60.95\,m/s$

La hauteur atteinte après 5 s est : $h_5 = v_0 t - \dfrac{g\,t^2}{2} = 110 \times 5 - \dfrac{9.81 \times 5^2}{2} = 427.4\,m$

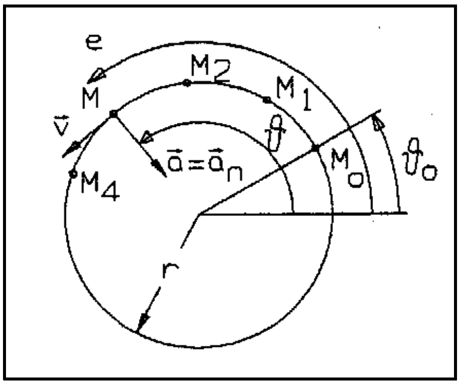
L'apogée : $h_{tot} = \dfrac{v_0^2}{2\,g} = \dfrac{110^2}{2 \times 9.81} = 616.7\,m$

Le temps d'ascension : $t = \dfrac{v_0}{g} = \dfrac{110}{9.81} = 11.2\,s$

4.3. *Mouvements circulaires*

4.3.1. Mouvement circulaire uniforme (MCU)

Un point M est animé d'un mouvement circulaire uniforme quand il parcourt, sur une circonférence, des arcs égaux en des temps égaux.



En raison de la définition, la grandeur de la vitesse ($\vec{v}$) reste constante et de ce fait l'accélération tangentielle est nulle. Par contre l'accélération normale : $\left|\vec{a}_n\right| = \dfrac{v^2}{\rho}$ est non nulle car le vecteur vitesse change en permanence de direction. (ρ étant le rayon de courbure (ρ = r dans le cas d'un mouvement circulaire)).

La vitesse ($\vec{v}$) [m/s] est dite "*vitesse circonférentielle*". Il ne faut pas la confondre avec la "*vitesse angulaire (ω)*" , qui représente l'angle balayé par le rayon (r) en une seconde; (ω) s'exprime en [rad/s] ou [s^{-1}]

La longueur d'un arc étant égale au produit de l'angle au centre (en rad) par le rayon (r), on aura :

$$\boxed{\left|\vec{v}\right| = \frac{e}{t} = \frac{\theta\, r}{t} = \omega\, r} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.74)}}$$

Si (n) représente le nombre de tours effectués par minute, on aura les relations suivantes :

– entre la vitesse angulaire (ω) et (n) : $$\boxed{\omega = \frac{2\,\pi\, n}{60} = \frac{\pi\, n}{30}} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.75)}}$$

avec : n : vitesse de rotation [tr/min]

– entre (v) et (n) : $$\boxed{\left|\vec{v}\right| = v = \frac{2\,\pi\, r\, n}{60} = \frac{\pi\, d\, n}{60}} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.76)}}$$

avec : d : diamètre [m]
r : rayon (d = 2 r) [m]

– diverses expressions de l'accélération normale : $$\boxed{a_n = \omega^2\, r = \frac{v^2}{r} = \frac{\pi^2}{1800}\, d\, n^2} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.77)}}$$

La position de M peut être repérée,

– soit par l'espace parcouru donné par : $$\boxed{e = e_0 + v_0\, t = e_0 + \omega\, r\, t} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.78)}} \qquad [m]$$

– soit par la position angulaire : $$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0\, t} \quad \textbf{\textit{(éq. 4.79)}} \qquad [rad]$$

avec : θ : angle parcouru [rad]
θ_0 : angle initial [rad]
ω : vitesse angulaire finale [rad/s]

ω_0	: vitesse angulaire initiale	[rad/s]
ε	: accélération angulaire constante	[rad/s^2]

Application chiffrée

La roue d'une turbine à vapeur tourne à 6000 tr/min. Calculez :

- la vitesse linéaire d'un point de sa périphérie sachant que le diamètre est de 850 mm;
- la vitesse angulaire de la roue;
- l'accélération subie par un point de sa périphérie.

Solution :

Vitesse linéaire : $$v = \frac{\pi\, d\, n}{60} = \frac{\pi \times 0.85 \times 6\,000}{60} = 267\ m/s$$

Vitesse angulaire : $$\omega = \frac{\pi\, n}{30} = \frac{\pi \times 6\,000}{30} = 628.3\ rad/s$$

Nous aurions pu aussi déterminer cette vitesse angulaire par :

$$v = \omega\, r \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{v}{r} = \frac{267}{0.85/2} = 628.2\ rad/s$$

Accélération(s)

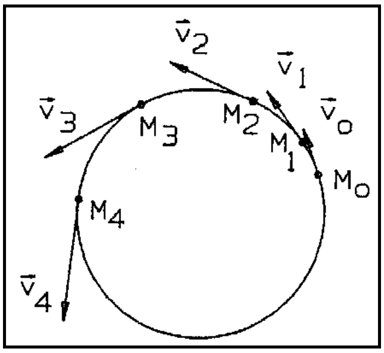
La vitesse angulaire est constante, ce qui implique que l'accélération tangentielle n'existe pas. Par contre, comme c'est un mouvement circulaire, l'accélération normale existe et vaut :

$$|\vec{a}_n| = \frac{v^2}{\rho} = \frac{267^2}{0.85/2} \approx 167\,800\ \mathrm{m/s^2}$$

Nous aurions pu aussi déterminer cette accélération angulaire par :

$$|\vec{a}_n| = \omega^2\, r = 628.3^2 \times \frac{0.85}{2} \approx 167\,800\ \mathrm{m/s^2}$$

4.3.2. Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA)



Un mouvement est circulaire uniformément varié quand sa vitesse (tant circonférentielle qu'angulaire) varie de quantités égales en des temps égaux.

On appelle "*accélération angulaire (ε)*" la variation (augmentation ou diminution) de la vitesse angulaire en une seconde. ($\varepsilon = \varepsilon_0$ constant)

On en déduit par analogie avec le MRUA, sachant que :

e ➜ θ
v ➜ ω
a ➜ ε

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \varepsilon\, t} \quad \textit{(éq. 4.85)} \qquad [\text{rad/s}]$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0\, t + \frac{\varepsilon\, t^2}{2}} \quad \textit{(éq. 4.86)} \qquad [\text{rad}]$$

avec :

θ	: angle parcouru	[rad]
θ_0	: angle initial	[rad]
ω	: vitesse angulaire finale	[rad/s]
ω_0	: vitesse angulaire initiale	[rad/s]
ε	: accélération angulaire constante	[rad/s²]

Remarques :

1) l'accélération tangentielle vaut : $\boxed{\left|\vec{a}_{tg}\right| = a_{tg} = \varepsilon\, r}$ et est constante;

2) l'accélération normale vaut : $\boxed{\left|\vec{a}_n\right| = a_n = \omega^2\, r = \left(\omega_0 + \varepsilon\, t\right)^2\, r}$ et varie donc avec le temps.

Application chiffrée

Un volant tourne à raison de 200 tr/min. On le freine pendant 6 s et sa vitesse tombe à 120 tr/min. Déterminez la décélération angulaire ainsi que le nombre de tours effectués pendant le freinage.

Solution :

MCUA équation de la vitesse angulaire :

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon\, t \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\pi \times (120 - 200)}{30} \Big/ 6 = -1.396 \text{ rad / s}^2 \ \ (\text{- car freinage})$$

MCUA équation de position angulaire :

$$\theta = \theta_0 + \omega_0\, t + \frac{\varepsilon\, t^2}{2} = 0 + \frac{\pi \times 200}{30} \times 6 + \frac{(-1.396) \times 6^2}{2}$$

$$\theta = 100.5 \text{ rad} \quad \Rightarrow \quad \text{nb}_{\text{tours}} = \frac{\theta}{2\,\pi} = \frac{100.5}{2 \times \pi} = 16 \textit{ tours}$$
