30.01. Démontrer que pour un système de forces parallèles, la position de l'axe central de ce système est indépendante du choix de la base orthonormée.

Réponse : Voir syllabus

30.02. Calculer la résultante $\vec{F}$ et le moment résultant par rapport à O, $\vec{M}_O$, des quatre forces parallèles à Ox (les forces sont données en *N*, et les distances en *cm*) :

$\vec{f}_1 = 320\,\vec{1}_x$ sur une ligne d'action $y = 4$;

$\vec{f}_2 = -\,500\,\vec{1}_x$ appliquée en A_2 (3; 6);

$\vec{f}_3 = -\,260\,\vec{1}_x$ appliquée en A_3 (−2; −5);

$\vec{f}_4 = 600\,\vec{1}_x$ sur une ligne d'action $y = -\,2$.

Représenter ce système de forces et tracer son axe central.

Réponses : $\vec{F} = 160\,\vec{1}_x$; $\vec{M}_O = 1620\,\vec{1}_z$; $y_{AC} = -\,10.13\,cm$

30.03. Deux forces sont situées dans un plan Oxy. Elles ont comme caractéristiques :

$\vec{f}_1$: ligne d'action : $2\,y - x = 8$; $\left\|\vec{f}_1\right\| = 6\,N$; sens des x positifs

$\vec{f}_2$: ligne d'action : $3\,y + x = 18$; $\left\|\vec{f}_2\right\| = 8\,N$; sens des x positifs

Calculer la résultante de ces deux forces et le moment résultant par rapport à O. A partir de ce dernier, calculer $\vec{M}_P$ pour P (2; 2).

Réponses : $\vec{F} = 12.96\,\vec{1}_x + 0.15\,\vec{1}_y$; $\vec{M}_O = -\,67\,\vec{1}_z$; $\vec{M}_P = -\,41.3\,\vec{1}_z$

30.04. Dans un espace orienté Oxyz, 2 forces sont données par :

$\vec{f}_1$: A_1 (2; 3; 5) en *cm*; $f_{1x} = -\,1\,N$; $f_{1y} = 4\,N$; $f_{1z} = -\,5\,N$

$\vec{f}_2$: A_2 (−1; −3; 5) en *cm*; $f_{2x} = 5\,N$; $f_{2y} = 3\,N$; $f_{2z} = -\,1\,N$

Calculer la résultante et ses composantes.
Calculer le moment résultant par rapport à O et aux axes.
Calculer l'angle entre ces deux vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{M}_O$.
Calculer le moment résultant par rapport à P (5; 5; 0), l'angle entre $\vec{F}$ et $\vec{M}_P$.
En comparant $\vec{M}_O$ et $\vec{M}_P$, montrer que $\vec{F} \bullet \vec{M}_Q$ est invariant.

Réponses : $\left\|\vec{F}\right\| = 10\,N$; $\left\|\vec{M}_O\right\| = 59.8\,Ncm$; $\theta_O = 101.81°$

$\left\|\vec{M}_P\right\| = 18.81\,Ncm$; $\theta_P = 130.6°$; $\vec{F} \bullet \vec{M}_O = -\,123\,Ncm = \vec{F} \bullet \vec{M}_P$

30.05. Dans un plan orienté Oxy, un système de 4 forces coplanaires concourantes est appliqué en O : $\left\|\vec{f}_1\right\| = 8\,N$ suivant Oy sens des y croissants; $\left\|\vec{f}_2\right\| = 6\,N$ faisant un angle de − 60° avec $\vec{f}_1$; $\left\|\vec{f}_3\right\| = 10\,N$ faisant un angle de + 70° avec $\vec{f}_1$; $\left\|\vec{f}_4\right\| = 5\,N$ faisant un angle de + 90° avec $\vec{f}_3$.

a) Calculer la résultante de ce système.
b) Calculer le moment résultant par rapport à P (3; 1) en additionnant les moments de chaque

force.

c) Quelle est l'équation de l'axe central du système. Appliquer le théorème de Varignon pour calculer $\vec{M}_P$.

Réponses : a) $\vec{F} = -5.91\,\vec{1}_x + 9.72\,\vec{1}_y$ b) $\vec{M}_P = -35.1\,\vec{1}_z$ c) $y = -1.645\,x$

30.06. Où est située la résultante de deux forces parallèles $\|\vec{f}_1\| = 120\ N$ et $\|\vec{f}_2\| = 180\ N$ dont les lignes d'action sont distantes de 0.6 *m*.

1ier cas : $\vec{f}_1$ et $\vec{f}_2$ ont le même sens.

2ième cas : $\vec{f}_1$ et $\vec{f}_2$ sont de sens contraire.

Réponses : 1) $\|\vec{F}\| = 300\ N$ entre les ligne d'action à 0.36 *m* de la ligne d'action de $\vec{f}_1$

2) $\|\vec{F}\| = 60\ N$ sens de $\vec{f}_2$, à l'extérieur des lignes d'action, à 1.2 *m* de $\vec{f}_2$

30.07. Un solide est soumis à 4 forces coplanaires parallèles à l'axe Ox :
$f_{1\,x} = +1000\ N$, $f_{2\,x} = -600\ N$, $f_{3\,x} = +800\ N$, $f_{4\,x} = -400\ N$.

Les distances entre les lignes d'action sont respectivement : 3 *dm* entre $\vec{f}_1$ et $\vec{f}_2$, 5 *dm* entre $\vec{f}_1$ et $\vec{f}_3$ et 9 *dm* entre $\vec{f}_1$ et $\vec{f}_4$ (ces distances étant comptées positivement sur un axe Oy perpendiculaire aux ligne d'action de façon à former un plan orienté Oxy). Calculer la résultante et la position de l'axe central de ce système de forces. Calculer par le théorème de Varignon le moment résultant du système par rapport à P situé à + 6 *dm* de la ligne d'action de $\vec{f}_1$.

Réponses : $\|\vec{F}\| = 800\ N$; $d = -1.75\,dm$ par rapport à $\vec{f}_1$

$\|\vec{M}_P\| = 620\ Nm$ (suivant $+\vec{1}_z$)

30.08. Dans un espace orienté Oxyz, on donne les quatre forces suivantes :

$\vec{f}_1 = 2\,\vec{1}_x - 3\,\vec{1}_y$ appliquée en A_1 (0; 0; 0)

$\vec{f}_2 = -5\,\vec{1}_x + 2\,\vec{1}_y$ appliquée en A_2 (3; 3; 0)

$\vec{f}_3 = 10\,\vec{1}_y$ appliquée en A_3 (-1; 2; 0)

$\vec{f}_4 = 4\,\vec{1}_x - 8\,\vec{1}_y$ appliquée en A_4 (5; 0; 0)

Déterminer l'équation de l'axe central de ce système de forces.

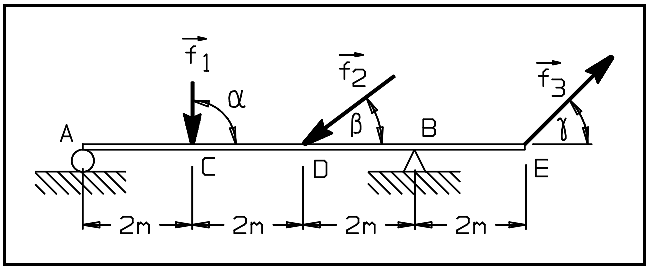
Réponse : $AC \equiv x - y = -29$

30.09. La poutre schématisée ci-contre est soumise à l'action de trois forces actives :

$\|\vec{f}_1\| = 100\ N$, avec $\alpha = 90°$ en C

$\|\vec{f}_2\| = 500\ N$, avec $\beta = 36.87°$ en D

$\|\vec{f}_3\| = 283\ N$, avec $\gamma = 45°$ en E



a) Trouver et appliquer, <u>*en A*</u>, les "*vecteurs caractéristiques*" de ce système de trois forces actives.
b) Déterminer la position de l'axe central de ce système de trois forces actives.
c) Pour un point P appartenant à l'axe central, que vaudrait la résultante $\vec{F}$ et le moment résultant $\vec{M}_P$ de ce système de trois forces actives.

<u>*Réponses*</u> : *Si le système d'axes en A* a) $\vec{F} = -200\,\vec{1}_x - 200\,\vec{1}_y$; $\vec{M}_A = 200\,\vec{1}_z$
b) $y = x + 1$ c) $\vec{F} = -200\,\vec{1}_x - 200\,\vec{1}_y$; $\vec{M}_P = \vec{0}$

<u>30.10.</u> Dans un espace orienté Oxyz, on donne les forces suivantes :
$\vec{f}_1 = 200\,\vec{1}_x$ appliquée en A_1 (1; 3; 4);
$\vec{f}_2 = -400\,\vec{1}_x$ appliquée en A_2 (−1; 3; 2);
$\vec{f}_3 = 300\,\vec{1}_x + 300\,\vec{1}_z$ appliquée en A_3 (3; 3; 3);
$\vec{f}_4 = 200\,\vec{1}_z$ appliquée en A_4 (3; 3; −1).
Déterminer l'équation de l'axe central de ce système. Que vaut le moment résultant de ce système par rapport à cet axe ?

<u>*Réponses*</u> : $AC \equiv y = 3$ *et* $z = 5x - 6$; $\vec{M}_a = \vec{0}$

<u>30.11.</u> Un organe de machine est sollicité par 3 forces dans un plan orienté Oxy (unité de longueur = 1 *cm*).
$\vec{f}_1$: $\|\vec{f}_1\| = 120\ N$ A_1 (2; 1) ; angle avec Ox : $\alpha_1 = \pi/4$;
$\vec{f}_2$: $\|\vec{f}_2\| = 180\ N$ A_2 (−0.5; 2) ; angle avec Ox : $\alpha_2 = 5\pi/6$;
$\vec{f}_3$: $\|\vec{f}_3\| = 90\ N$ A_3 (3.5; −0.9) ; angle avec Ox : $\alpha_3 = \pi/12$.
Calculer $\vec{F}$, l'axe central et $\vec{M}_O$. Représenter le système et sa résultante en position.

<u>*Réponses*</u> : $\vec{F} = 15.9\,\vec{1}_x + 198.1\,\vec{1}_y$; $y = 12.5\,x - 32.2$; $\vec{M}_O = 511.4\,\vec{1}_z$

<u>30.12.</u> Même problème que ***<u>30.11.</u>*** avec les 4 forces suivantes :
$\vec{f}_1$: $\|\vec{f}_1\| = 60\ N$ A_1 (3; 2) ; angle avec Ox : $\alpha_1 = +90°$;
$\vec{f}_2$: $\|\vec{f}_2\| = 78.2\ N$ A_2 (−6; −4) ; angle avec Ox : $\alpha_2 = +30°$;
$\vec{f}_3$: $\|\vec{f}_3\| = 120\ N$ A_3 (−1.5; 10) ; angle avec Ox : $\alpha_3 = 279.7°$;
$\vec{f}_4$: $\|\vec{f}_4\| = 90\ N$ A_4 (6.5; −2) ; angle avec Ox : $\alpha_4 = 167.7°$.

<u>*Réponses*</u> : $\vec{F} = \vec{0}$; pas d'axe central : $\|\vec{M}_O\| = 140.25\ Ncm = constante$

<u>30.13.</u> Les forces $\vec{f}_1$ de 200 *N* et $\vec{f}_2$ de 320 *N* sont appliquées en un point A (5; 2.5) d'un système d'axe Oxy gradué en *cm*.
$\vec{f}_1$ est parallèle à Ox et dirigée vers les x négatifs.
$\vec{f}_2$ est sur la droite d'équation : $y - \sqrt{3}\,x + 5\sqrt{3} - 2.5 = 0$ et dirigée vers les y négatifs.

Représenter ce système. Déterminer la résultante $\vec{F}$ et le moment résultant par rapport à O, $\vec{M}_O$, de ce système de deux forces.

<u>Réponses</u> : $\vec{F} = -360\,\vec{1}_x - 277\,\vec{1}_y$; $\vec{M}_O = -485\,\vec{1}_z$

<u>30.14.</u> Trois forces $\vec{f}_1$, $\vec{f}_2$ et $\vec{f}_3$ sont parallèles à Oy :

$\left\|\vec{f}_1\right\| = 300\,N$; sens de y décroissants; ligne d'action : $x = 4$;

$f_{2\,y} = 240\,N$; ligne d'action $x = -2$;

$f_{3\,y} = 160\,N$; sur la droite $x = 9$.

Représenter ce système; déterminer la résultante $\vec{F}$ et le moment $\vec{M}_O$. Tracer l'axe central de ce système de forces. (Les distances sont données en *cm*)

<u>Réponses</u> : $\vec{F} = 100\,\vec{1}_y$; $\vec{M}_O = -240\,\vec{1}_z$; $AC \equiv x_C = -2.4\,cm$

<u>30.15.</u> Un système de trois forces coplanaires est donné par :

$\left\|\vec{f}_1\right\| = 3795\,N$; ligne d'action $y - 3\,x = 0$; sens de x positifs;

$\left\|\vec{f}_2\right\| = 3354\,N$; ligne d'action $2\,y - x - 6 = 0$; sens de x négatifs;

$\left\|\vec{f}_3\right\| = 3536\,N$; ligne d'action $y + x - 1 = 0$; sens de x positifs;

Représenter ce système. Effectuer la réduction du système en O, c'est-à-dire calculer $\vec{F}$ et $\vec{M}_O$; en déduire l'équation de l'axe central. Dessiner cet axe central, y positionner $\vec{F}$ et vérifier que $\vec{M}_P = \vec{0}$ pour un point P quelconque de cet axe central.

<u>Réponse</u> : $AC \equiv 7\,y = -4\,x - 65$

<u>30.16.</u> Une force $\vec{f}_1$ de 200 *N* a une ligne d'action qui passe par le point A_1 (3; 1) et qui fait un angle de $30°$ avec l'axe Ox. Une seconde force $\vec{f}_2$ de 280 *N* a pour ligne d'action la droite d'équation $3\,x - 3\,y - 6 = 0$. Calculer la résultante de ces deux forces ainsi que le moment résultant par rapport l'origine, $\vec{M}_O$.

<u>Réponses</u> : $\vec{F} = 371.2\,\vec{1}_x + 298\,\vec{1}_y$; $\vec{M}_O = 522.8\,\vec{1}_z$

<u>30.17.</u> Trois forces $\vec{f}_1$, $\vec{f}_2$ et $\vec{f}_3$ sont appliquées au point A (10; 2) dans un plan orienté Oxy. Déterminer la résultante $\vec{F}$, le moment résultant $\vec{M}_O$ de ce système de forces et l'équation de l'axe central. Rechercher également le moment résultant $\vec{M}_P$ par rapport à P (2; 10) par 2 méthodes différentes.

$\vec{f}_1 = 10\,\vec{1}_x + 20\,\vec{1}_y$;

$\left\|\vec{f}_2\right\| = 150\,N$; fait un angle de $\pi/3$ avec Ox et dirigée vers les y positifs;

$\left\|\vec{f}_3\right\| = 90\,N$; parallèle à Oy et dirigée vers les y négatifs.

Réponses : $\vec{F} = 85\,\vec{1}_x + 59.9\,\vec{1}_y$; $\vec{M}_O = 429\,\vec{1}_z$; $\vec{M}_P = 1160.2\,\vec{1}_z$; $AC \equiv y = 0.7\,x - 5.05$

30.18. Soit les deux forces suivantes dans le plan Oyz.

$\vec{f}_1$: $\|\vec{f}_1\| = 20\sqrt{5}\ N$; ligne d'action $y - 0.5\,z = -1$ (vecteur glissant)

$\vec{f}_2$: $\vec{f}_2 = -20\,\vec{1}_y - 40\,\vec{1}_z$ appliquée en A_2 (1.5; 0)

Calculer la résultante de ces deux forces ainsi que les moments résultants suivants : $\vec{M}_O$, $\vec{M}_P$ et $\vec{M}_Q$ avec P (2; 5) et Q (−2; −1).

Réponses : $\vec{F} = \vec{0}$; $\vec{M}_O = \vec{M}_P = \vec{M}_Q = -100\,\vec{1}_x$

30.19. Reprendre les données du problème **30.04.** et calculer l'équation de l'axe central. Déterminer le point de percée P de cet axe central dans le plan Oxy. Vérifier que $\|\vec{M}_P\| = 12.4\ Ncm$.

Réponses : axe central : $\dfrac{x - 3.32}{4} = \dfrac{y - 1.88}{7} = \dfrac{z - 4.41}{-6}$; P (6.25; 7; 0)

30.20. Dans un espace orienté, 3 forces sont caractérisées comme suit (axes gradués en *cm*)

$\vec{f}_1$: $\|\vec{f}_1\| = 100\ N$ A_1 (0; 0; 3); parallèle à Oy, sens des y croissants;

$\vec{f}_2$: $\|\vec{f}_2\| = 100\ N$ A_2 (0; 3; 0); parallèle à Ox, sens des x croissants;

$\vec{f}_3$: $\|\vec{f}_3\| = 100\ N$ A_3 (3; 0; 0); parallèle à Oz, sens des z croissants.

Calculer $\vec{F}$ et $\vec{M}_O$ et la position de l'axe central de ce système.

Réponses : $\|\vec{F}\| = 173.2\ N$; $\|\vec{M}_O\| = 519.6\ Ncm$

axe central = bissectrice de Oxyz (équations : $x = y = z$)

angle entre $\vec{F}$ et $\vec{M}_O = 180°$

30.21. Un système de *n* forces dans l'espace est réductible en un point O à une résultante $\|\vec{F}\| = 1200\ N$ et à un moment résultant $\|\vec{M}_O\| = 300\ Nm$. Les deux vecteurs font entre eux un angle $\theta = 15°$. A quelle distance de O se trouve l'axe central de ce système ? Que vaut le moment résultant par rapport à un point de l'axe central ?

Réponses : $d = 0.0647\ m$; $\|\vec{M}_P\| = 289.8\ Nm$

30.22. Trois forces sont rapportées à un système d'axes Oxyz (Forces en *N*, distances en *cm*).

$\vec{f}_1 = -12\,\vec{1}_x + 16\,\vec{1}_z$ appliquée en A_1 (0; 27; 0)

$\vec{f}_2 = -12\,\vec{1}_y + 9\,\vec{1}_z$ appliquée en A_2 (48; 0; 0)

$\vec{f}_3$: dans Oxy, en A_3 (30; 9; 0); $\|\vec{f}_3\| = 16.97\ N$; $f_{3x} = f_{3y}$ positives

Calculer $\vec{F}$, $\vec{M}_O$ et l'axe central de ces 3 forces. Ce système de 3 forces peut-il être remplacé par sa résultante seule ? Si oui, donner les coordonnées d'un point d'application de cette résultante.

Réponses : $\vec{F} = 25\,\vec{1}_z$; $\vec{M}_0 = 432\,\vec{1}_x - 432\,\vec{1}_y + 0\,\vec{1}_z$

30.23. Dans un espace orienté Oxyz, on donne les forces suivantes (Forces en *N*, distances en *m*) :

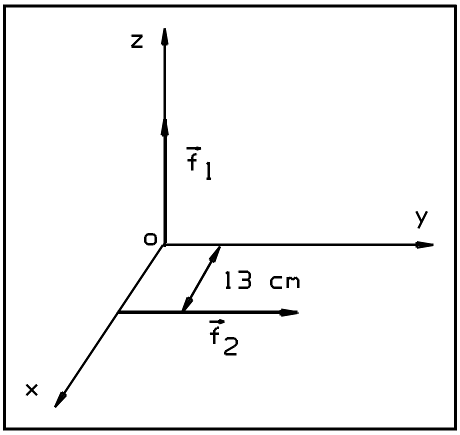
$\vec{f}_1 = 3\,\vec{1}_y + 2\,\vec{1}_z$ appliquée en A_1 (−1; 2; 3);

$\vec{f}_2 = 5\,\vec{1}_x + \vec{1}_z$ appliquée en A_2 (2; 0; 2).

Déterminer l'équation de l'axe central de ce système de forces et calculer le moment résultant minimum.

Réponses : $AC \equiv \dfrac{x + 39/43}{5} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z - 65/43}{3}$; $\left\|\vec{M}_{P\,\min}\right\| = 0.61\ Nm$

30.24. Pour le système de deux forces $\left\|\vec{f}_1\right\| = 80\ N$ et $\left\|\vec{f}_2\right\| = 120\ N$ du croquis ci-contre, déterminer la résultante sur l'axe central et calculer le moment résultant minimum par rapport au point de percée de l'axe central dans Oxy. Vérifier le résultat par une autre méthode.



Réponses : $\vec{F} = 120\,\vec{1}_y + 80\,\vec{1}_z$

$\vec{M}_{P \in AC} = 720\,\vec{1}_y + 480\,\vec{1}_z$

30.25. Les résultantes $\left\|\vec{f}_1\right\| = 80\,000\ kN$ et $\left\|\vec{f}_2\right\| = 52\,000\ kN$ des forces de pression de l'eau sur un barrage sont appliquées dans le plan médian vertical perpendiculaire aux faces correspondantes, à des distances $H = 4\ m$ et $h = 2.4\ m$ de la base. Le poids $\left\|\vec{f}_{P1}\right\| 120\,000\ kN$ de la partie rectangulaire du barrage est appliqué en son centre, et le poids $\left\|\vec{f}_{P2}\right\| = 60\,000\ kN$ de sa partie triangulaire à une distance d'un tiers de la longueur de la base inférieure de la section triangulaire à partir de la face verticale de cette section. La largeur du barrage à sa base $b = 10\ m$, à sa partie supérieure $a = 5\ m$; $\tan\alpha = 5/12$. Déterminer la résultante des forces réparties au sol sur lequel est fondé le barrage; situer l'axe central du système de forces.

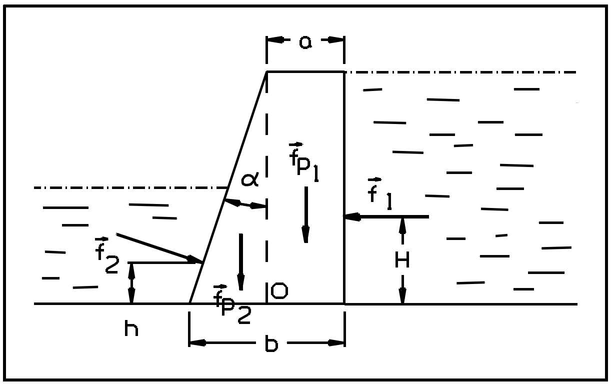
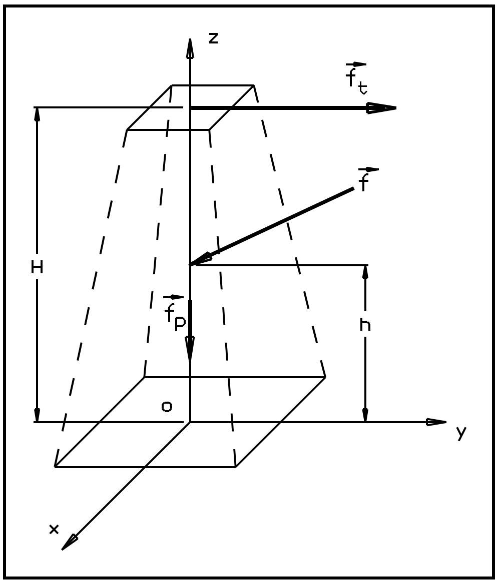


fig. 3ex. - 30.25.

Réponses : $\vec{F} = -\,32\,\vec{1}_x - 200\,\vec{1}_y$; $AC \equiv y = 6.25\,x + 2.65$; système d'axes en O

30.26. Le poids d'un mât de radiodiffusion avec son fondement en béton vaut $\left\|\vec{f}_P\right\| = 140\,kN$. Le mât est soumis à la force de tension de l'antenne $\left\|\vec{f}_t\right\| = 20\,kN$ et à la résultante des forces de pression du vent $\left\|\vec{f}\right\| = 56.57\,kN$ (force dans un plan horizontal, inclinée à $45°$ par rapport à Ox et à Oy, voir dessin). Si $H = 15\,m$ et $h = 6\,m$, déterminer la résultante $\vec{F}$ et le point de percée de l'axe central dans le plan Oxy. Que vaut le moment résultant, sur cet axe central ?



<u>*Réponses*</u> : $P\left(1.67;\, 0.333;\, 0\right)$

$$\vec{M}_P = -\,13.8\,\vec{1}_x + 6.20\,\vec{1}_y + 46.60\,\vec{1}_z$$

30.27. Une antenne de relais de télédistribution soumise aux forces $\vec{f}_1$, $\vec{f}_2$, $\vec{f}_3$ et $\vec{f}_4$ est installée au-dessus d'un château d'eau. En vue des calculs de fondations et de haubanages, on demande de réduire le système de forces en O (centre de la base de l'antenne). Déterminer la position de l'axe central et le moment résultant minimum sur cet axe.

$\left\|\vec{f}_1\right\| = 4\,200\,N$	appliqué en G (0; 0; 8), verticale vers le bas;
$\left\|\vec{f}_2\right\| = 1800\,N$	située dans les plans $\pi_1 \equiv z = 10\,m$ et $\pi_2 \equiv x - y = 0$,
	appliquée en A_2 (0; 0; 10) verticale et dirigée vers les x négatifs;
$\left\|\vec{f}_3\right\| = \left\|\vec{f}_4\right\| = 1500\,N$	appliquées en A_3 (0; −1; 9) et A_4 (0; 1; 9) et dirigées vers les z négatifs.

<u>*Réponses*</u> : $AC \Rightarrow \pi_1 \equiv x = y \; et \; \pi_2 \equiv z = 5.656\,y + 9.98$; $\left\|\vec{M}_{P\,\min}\right\| = 0$

30.28. Trois forces $\vec{f}_1$, $\vec{f}_2$ et $\vec{f}_3$ se trouvent dans les plans de projection et sont parallèles aux axes de coordonnées. Leurs points d'application A, B et C sont situés à des distances données *a*, *b* et *c* de l'origine. Quelle condition doivent vérifier les grandeurs de ces forces pour qu'elles se réduisent à une résultante seule ?

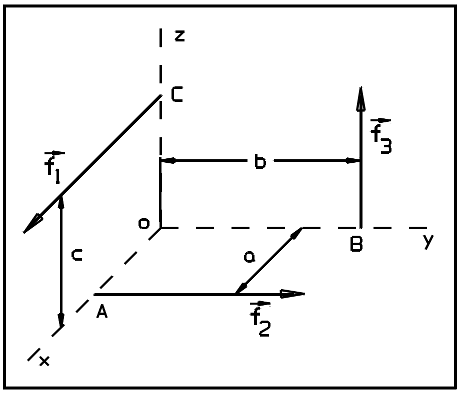


fig. 3ex. *- 30.28.*

<u>*Réponse*</u> : $\dfrac{a}{\left\|\vec{f}_1\right\|} = \dfrac{b}{\left\|\vec{f}_2\right\|} = \dfrac{c}{\left\|\vec{f}_3\right\|} = 0$

_30.29._ Remplacer les deux forces indiquées sur le schéma ci-contre par un système résultant agissant au point A.
La force de 250 *N* se trouve dans le plan Oxy.
La force de 400 *N* se trouve dans le plan Oxz.

Réponses :
$\vec{F} = -\,450\,\vec{1}_x - 346.4\,\vec{1}_z$
$\vec{M}_A = 3460\,\vec{1}_x + 5196\,\vec{1}_y + 500\,\vec{1}_z$

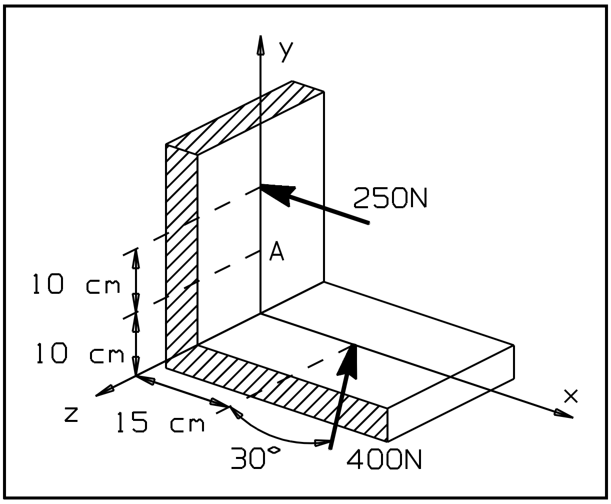


fig. 3ex. *- 30.29.*

_30.30._ Une plaque triangulaire est soumise à l'action de trois forces de 500 *N* comme indiqué sur le schéma ci-contre. Remplacer ces forces par un système équivalent constitué par une force $\vec{F}$ et un moment minimum.
Que devient ce système de forces si on le remplace par un système équivalent situé au point A ?

Réponses :
$\vec{F} = 353.5\,\vec{1}_x + 353.5\,\vec{1}_y$
$\vec{M}_{\min} = \vec{0}$
En A :
$\vec{F} = 353.5\,\vec{1}_x + 353.5\,\vec{1}_y$
$\vec{M}_A = -\,25606\,\vec{1}_z$

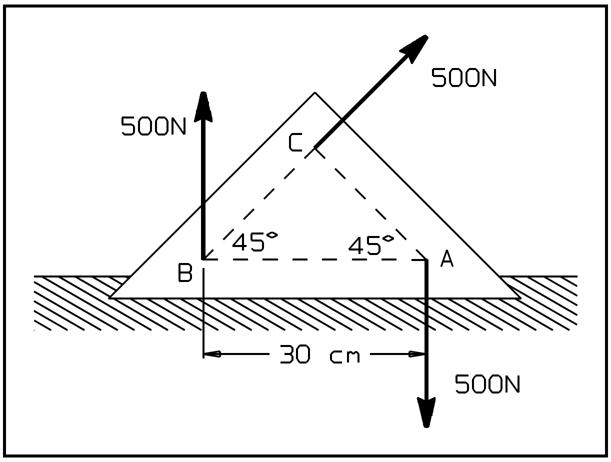


fig. 3ex. *- 30.30.*

_30.31._ Un système de forces se réduit en un point A (2; 3; 4) à la seule résultante $\vec{F}$:
$\vec{F} = 10\,\vec{1}_x + 10\,\vec{1}_y + 10\,\vec{1}_z$.
A quoi se réduirait ce système de forces en P (5; 1; −1) et en Q (7; 8; 9) ?

Réponses : En P : $\vec{F} = 10\,\vec{1}_x + 10\,\vec{1}_y + 10\,\vec{1}_z$ et $\vec{M}_P = -\,30\,\vec{1}_x + 80\,\vec{1}_y - 50\,\vec{1}_x$
En Q : $\vec{F} = 10\,\vec{1}_x + 10\,\vec{1}_y + 10\,\vec{1}_z$ et $\vec{M}_Q = \vec{0}$

_30.32._ Un système de forces est composé de trois forces $\vec{f}_1$, $\vec{f}_2$ et $\vec{f}_3$;
$\vec{f}_1$: $\|\vec{f}_1\| = 12\ N$; α_1 (angle entre $\vec{f}_1$ et Ox) vaut $\pi/6$; $f_{1y} = 6$;
point d'application A_1 (2; 0; 0);
$\vec{f}_2$ et $\vec{f}_3$ forment un ***couple de forces*** dont le moment $\vec{m}_c$ vaut $\vec{m}_c = 10\,\vec{1}_z$ (en *Nm*).
Les distances sont mesurées en *m*.
a) Déterminer la position de l'axe central de ce système de trois forces.
b) Que valent la résultante et le moment résultant, quand on réduit ce système de forces en un

point P de l'axe central ?

Réponses : a) $AC \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 6\,x - 10.39\,y = 22 \\ z = 0 \end{cases}$

b) $\vec{F} = 10.39\,\vec{1}_x + 6\,\vec{1}_y + 0\,\vec{1}_z$; $\vec{M}_{P \in AC} = \vec{0}$