

- 7.01.** a) Est-ce qu'une vitesse instantanée nulle implique nécessairement une accélération instantanée nulle ?
b) Un corps peut-il se déplacer à vitesse scalaire constante tout en ayant un vecteur vitesse variable ?
c) Est-il possible que la vitesse d'un objet soit dirigée vers l'est, alors que son accélération est dirigée vers l'ouest ?
d) La direction du vecteur vitesse peut-elle varier même si l'accélération est constante ?
e) Un mobile peut-il augmenter sa vitesse tout en subissant une accélération décroissante ?

Réponses : a) Non; b) Oui; c) Oui; d) Oui; e) Oui.

- 7.02.** Un point est animé d'un mouvement rectiligne.

Ses déplacements (en m) sont définis par la loi : $s = 2 t^2 + t + 2$

Déterminer le déplacement effectué par le point après $3 s$, sa vitesse initiale v_{M_0} , sa vitesse à $t = 3 s$, et son accélération.

Réponses : $s_M = 23 m$; $v_{M_0} = 1 m/s$; $v_{M_3} = 13 m/s$; $a_M = 4 m/s^2$.

- 7.03.** La loi du mouvement d'un point mobile sur une trajectoire rectiligne est donnée par l'équation :
 $x = 5 - 4 t + t^2$ (x en cm , t en s)

Calculer les lois des vitesses et des accélérations, la position du mobile de seconde en seconde pour $0 \leq t \leq 5$, et la distance totale parcourue après $5 s$.

Réponses : $x_s = 10 cm$; $v_s = 6 cm/s$; $l_{tot} = 13 cm$.

- 7.04.** Un train, venant de Bordeaux et se dirigeant vers Paris, roule à la vitesse de $120 km/h$. Il passe à Tours à 15 heures. A quelle heure et à quelle distance de Tours croisera-t-il un deuxième train, parti de Paris à 12 heures, qui se dirige vers Bordeaux à la vitesse de $100 km/h$? La distance Paris-Tours est de $220 km$. Les trains se déplacent sans arrêt, à une vitesse supposée uniforme.

Réponses : $t = 14 h 38' 11''$; $d = 43.63 km$ (de Tours).

- 7.05.** Des gouttes d'eau tombent d'une pomme de douche sur le plancher situé $2 m$ plus bas. Les gouttes tombent à intervalles réguliers. La première goutte frappe le sol au moment où la quatrième goutte commence à tomber. Trouver la position de chacune des gouttes à cet instant.

Réponses : $h_1 = 0 m$; $h_2 = 1.11 m$; $h_3 = 1.78 m$; $h_4 = 2 m$.

- 7.06.** Etudier le mouvement apériodique critique défini par $x = 5 t e^{-2t}$. Tracer les graphes de x , v_M et a_M en fonction du temps.

- 7.07.** Au moment où le feu de circulation passe au vert, un automobiliste démarre avec une accélération constante de $2 m/s^2$. Au même instant, un camion vient doubler l'auto à une vitesse constante de $36 km/h$. Au bout de quelle distance l'auto rattrapera-t-elle le camion ? Quelle sera sa vitesse à ce moment ?

Réponses : $d = 100 \text{ m}$; $v_A = 72 \text{ km/h}$.

- 7.08.** Une automobile, se déplaçant à 54 km/h se trouve à 35 m d'un obstacle lorsque le conducteur applique brutalement les freins. Quatre secondes plus tard, la voiture heurte l'obstacle. Quelle était l'accélération avant l'impact ?
Quelle était la vitesse instantanée au moment de la collision ? (on supposera l'accélération uniforme).

Réponses : $a = -3.125 \text{ m/s}^2$; $v_{\text{impact}} = 9 \text{ km/h}$.

- 7.09.** Une cage remonte des mineurs d'un puits. Le mouvement est d'abord uniformément accéléré pendant 20 s , puis uniforme pendant 14 s , et enfin uniformément retardé pendant 18 s . La cage est alors arrivée en haut du puits. Sa vitesse maximale d'ascension est de 20 m/s . Calculer la profondeur du puits. Quelle est la vitesse scalaire moyenne de remontée de la cage ?

Réponses : $h = 660 \text{ m}$; $v_{\text{scalaire moy}} = 12.69 \text{ m/s}$.

- 7.10.** Une pierre est lancée verticalement vers le haut depuis le toit d'un immeuble avec une vitesse de 29.4 m/s . On laisse tomber une seconde pierre 4 s après avoir lancé la première. Démontrer que la première pierre dépassera la seconde 4 s exactement après qu'on ait lâché la seconde.

- 7.11.** Le mouvement plan d'un mobile M est défini par :

$$\vec{OM} = (2t - 1)\vec{I}_x + (4t^2 + 1)\vec{I}_y \quad (t \text{ en } s)$$

Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire et en donner la représentation graphique. A l'instant $t = 1 \text{ s}$, déterminer les composantes du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération.

Déterminer l'équation cartésienne de l'hodographe. Quel est le rayon de courbure de la trajectoire en $t = 1 \text{ s}$?

Réponses : trajectoire \equiv parabole $\equiv y = x^2 + 2x + 2$;
 $\|\vec{v}_{M_1}\| = 2\sqrt{17} \text{ m/s}$; $\|\vec{a}_{M_1}\| = 8 \text{ m/s}^2$; $\rho_{M_1} = 35.05 \text{ m}$.

- 7.12.** Etudier le mouvement défini par les deux équations : $x = 2t$ et $y = t^2$ (x et y en cm ; t en s).

En $t = 3 \text{ s}$, calculer $\|\vec{v}_M\|$, $\|\vec{a}_M\|$, $\|\vec{a}_{M_t}\|$ et $\|\vec{a}_{M_n}\|$.

Réponses : $\|\vec{v}_M\| = 2\sqrt{10} \text{ cm/s}$;
 $\|\vec{a}_{M_t}\| = \frac{3\sqrt{10}}{5} \text{ cm/s}^2$; $\|\vec{a}_{M_n}\| = \frac{\sqrt{10}}{5} \text{ cm/s}^2$; $\|\vec{a}\| = 2 \text{ cm/s}^2$.

- 7.13.** Etudier le mouvement défini par les deux équations : $x = 5 \sin(10t)$ et $y = 3 \cos(10t)$ (x et y en cm ; t en s).

Equation et tracé de la trajectoire; lois des vitesses et des accélérations; valeurs de :

\vec{v}_M et \vec{a}_M , a_{M_t} et a_{M_n} pour $t = \pi/40 \text{ s}$.

Réponses : trajectoire elliptique;

$$\|\vec{v}_M\| = 41.23 \text{ cm/s} ;$$

$$\|\vec{a}_M\| = 412.3 \text{ cm/s}^2 ; a_{M_n} = 363.7 \text{ cm/s}^2 ; a_{M_t} = -194 \text{ cm/s}^2 .$$

7.14. La terre tourne uniformément autour de son axe. Trouver, en fonction de la latitude ψ , la vitesse et l'accélération d'un point M à la surface de la terre, dont le rayon vaut 6370 km.

Réponses : $\|\vec{v}_M\| = 464 \cos \psi \text{ [m/s]} ; \|\vec{a}_M\| = 3.39 \cdot 10^{-2} \cos \psi \text{ [m/s}^2 \text{]} .$

7.15. Un cycliste parcourt une piste de 10 m de rayon à la vitesse de 18 km/h. Quelle est l'accélération du mouvement ?

Réponse : $\|\vec{a}_M\| = 2.5 \text{ m/s}^2 .$

7.16. Déterminer la loi de superposition de aiguilles d'une montre pendant un intervalle de 12 heures, à partir de zéro heure.

Réponse : $0 \text{ h} ; 1 \text{ h } 5' 27'' ; 2 \text{ h } 10' 54'' \dots$

7.17. Sur un cercle de rayon $r = 4 \text{ m}$, un point est animé d'un mouvement d'équation : $s = \frac{t^2}{2} + 1$.

L'origine du mouvement s'effectue en $t = 0$. Soit A le point où se trouve le mobile à cet instant. Au bout d'un tour, le mobile repasse en A. Quel temps t_1 s'est écoulé depuis son départ ? Que vaut la vitesse et l'accélération lors du passage en A après un tour ? Avec quelle vitesse scalaire moyenne le mobile a-t-il parcouru ce tour ?

Réponses : $t_1 = 4 \sqrt{\pi} \text{ s} ; \|\vec{v}_A\| = 4 \sqrt{\pi} \text{ m/s} .$
 $\|\vec{a}_{M_t}\| = 1 \text{ m/s}^2 ; \|\vec{a}_{M_n}\| = 4 \pi \text{ m/s}^2 ; v_{\text{scalaire moy}} = 2 \sqrt{\pi} \text{ m/s} .$

7.18. Une poulie de rayon $r = 0.6 \text{ m}$ tourne à 120 t/min.

Pour amener la poulie à cette vitesse, un temps de 40 s a été nécessaire en supposant un mouvement uniformément accéléré. Après un certain temps de rotation en régime à 120 t/min, elle est freinée avec un mouvement uniformément retardé et effectue 150 tours avant de s'arrêter. Calculer :

- pendant la rotation uniforme, la vitesse et l'accélération d'un point quelconque à la surface extérieure de la poulie;
- pendant la phase de démarrage, la vitesse et l'accélération à la 10^{ième} seconde, ainsi que le nombre de tours effectués après les 40 s;
- la durée de freinage ainsi que la vitesse et l'accélération 6 s avant l'arrêt.

Réponses : a) $\|\vec{v}_M\| = 7.54 \text{ m/s} ; \|\vec{a}_M\| = 94.7 \text{ m/s}^2 ;$
 b) $\|\vec{v}_{M_{10}}\| = 1.89 \text{ m/s} ; \|\vec{a}_{M_{10}}\| = 5.93 \text{ m/s}^2 ; 40 \text{ tours} ;$
 c) $t = 150 \text{ s} ; \|\vec{v}_{M_{144}}\| = 0.30 \text{ m/s} ; \|\vec{a}_{M_{144}}\| = 0.16 \text{ m/s}^2 .$

7.19. Un point mobile M se déplace sur un arc de circonférence de centre O et de rayon $r = 1 \text{ m}$, de part et d'autre d'un point fixe. La loi de son mouvement est $s = 0.785 \sin(2t)$, mesuré à partir de A.

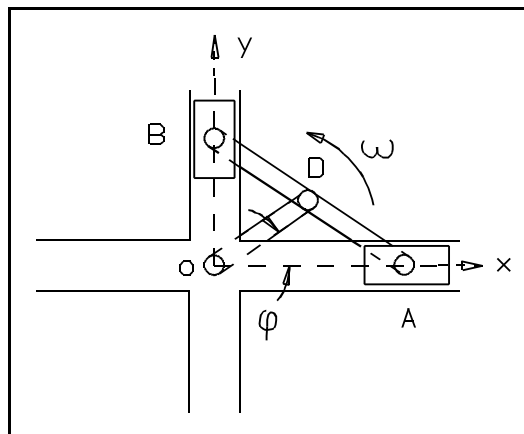
A partir d'un système d'axes Oxy tel que le point A se trouve sur l'axe Oy, déterminer la position, la vitesse et l'accélération de M pour $t_1 = \pi/2$ s et pour $t_2 = 10$ s.

Réponses : $M_1 (0; 1)$; $\|\vec{v}_{M_1}\| = 1.57$ m/s; $\|\vec{a}_{M_1}\| = 2.465$ m/s² ;
 $M_2 (0.656; 0.755)$; $\|\vec{v}_{M_2}\| = 0.641$ m/s; $\|\vec{a}_{M_2}\| = 2.896$ m/s² .

7.20. Dans le mécanisme ci-contre, les coulisseaux A et B reliés par la tige \overline{AB} de longueur $l = 30$ cm, se déplacent, sous l'effet de la rotation de la manivelle \overline{OD} , sur des glissières mutuellement perpendiculaires.

La manivelle \overline{OD} de longueur $l/2$ est articulée au milieu de la tige \overline{AB} .

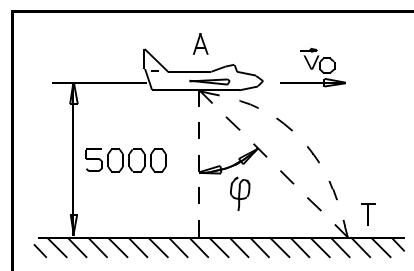
Déterminer la loi du mouvement des coulisseaux A et B, si la manivelle tourne uniformément à la vitesse de 2 t/min. Quelles sont les vitesses et accélérations de A et B au moment où $\varphi = \pi/6$?



Réponses : $\|\vec{v}_A\| = 3.14$ cm/s; $\|\vec{a}_A\| = 1.14$ cm/s² ;
 $\|\vec{v}_B\| = 5.44$ cm/s; $\|\vec{a}_B\| = 0.66$ cm/s² .

7.21. Un avion vole horizontalement à une altitude de 5 km. Sa vitesse, horizontale et constante, est de 500 km/h. Avec quel angle de visée φ , mesuré à partir de la verticale, une boîte de vivres doit-elle être larguée pour atteindre la cible ?

Réponse : $\varphi = 41.57^\circ$



7.22. Un mur a 5 m de haut. A une distance de 10 m du pied du mur, on lance une balle dans sa direction; le point de lancement est supposé au sol. Quelles sont les conditions nécessaires pour que la balle passe le mur ?

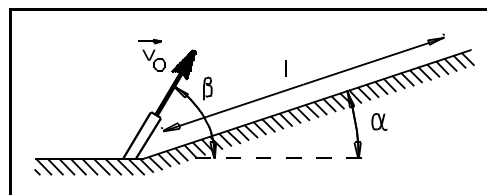
Existe-t-il une vitesse de lancement minimale ?

Réponses : $v_{y_0} \geq 0.5 v_{x_0} + \frac{5g}{v_{x_0}}$; $\|\vec{v}_{0 \min}\| = 12.7$ m/s; angle de lancement $\alpha = 58.3^\circ$.

7.23. On a placé un canon de telle sorte que les obus soient tirés en direction d'une colline dont l'angle d'élevation est α .

La vitesse des obus à la sortie du canon est \vec{v}_0 .

A quel angle β faut-il orienter le canon pour que la portée mesurée parallèlement au plan incliné soit maximale ?

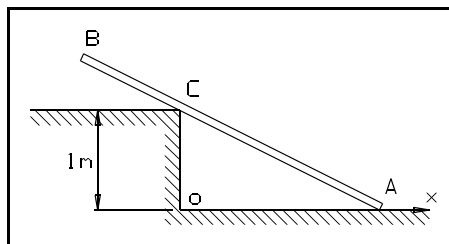


Réponse : $\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}$.

7.24. Trouver le rayon de courbure au point le plus haut de la trajectoire d'un projectile tiré sous un angle initial α avec l'horizontale.

Réponse : $\rho = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$.

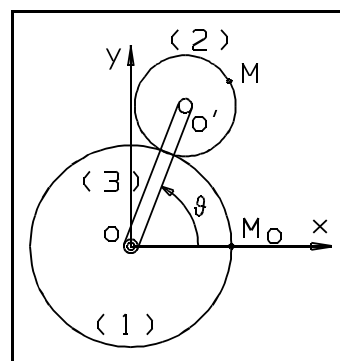
7.25. La barre \overline{AB} qui mesure 3 m de longueur se déplace en restant constamment appuyée en C sur un rouleau (considéré comme un appui ponctuel). L'extrémité A parcourt une trajectoire horizontale selon la loi $x_A = 1 + t$ [m]. On demande de calculer \vec{v}_B et \vec{a}_B pour $t = 1$ s.



Réponses : $\|\vec{v}_{B_1}\| = 0.907$ m/s ;
 $\|\vec{a}_{B_1}\| = 0.495$ m/s².

7.26. La roue (1) de rayon $r_1 = 0.3$ m est immobile. La roue (2) de rayon $r_2 = 0.15$ m est entraînée par la manivelle (3) qui tourne à une vitesse de 5 tours par minute. La roue (2) roule sans glisser sur la roue (1). Au temps $t = 0$, le point M de (2) se trouve en M_0 .

- Ecrivez la loi du mouvement de M et dessinez sa trajectoire (approximativement !)
- Déterminez les lois de vitesse et d'accélération de M.



Réponses : La trajectoire est une "épicicloïde"

$$\left. \begin{aligned} x &= (r_1 + r_2) \cos \theta - r_2 \cos \left(\frac{r_1 + r_2}{r_2} \theta \right) \\ y &= (r_1 + r_2) \sin \theta - r_2 \sin \left(\frac{r_1 + r_2}{r_2} \theta \right) \end{aligned} \right\} \text{ avec } \theta = \frac{\pi}{6} t$$