7.01. a) Est-ce qu'une vitesse instantanée nulle implique nécessairement une accélération instantanée nulle ?
b) Un corps peut-il se déplacer à vitesse scalaire constante tout en ayant un vecteur vitesse variable ?
c) Est-il possible que la vitesse d'un objet soit dirigée vers l'est, alors que son accélération est dirigée vers l'ouest ?
d) La direction du vecteur vitesse peut-elle varier même si l'accélération est constante ?
e) Un mobile peut-il augmenter sa vitesse tout en subissant une accélération décroissante ?

Réponses : a) Non; b) Oui; c) Oui; d) Oui; e) Oui.

7.02. Un point est animé d'un mouvement rectiligne.
Ses déplacements (en *m*) sont définis par la loi : $s = 2\,t^2 + t + 2$
Déterminer le déplacement effectué par le point après 3 *s*, sa vitesse initiale v_{M_0}, sa vitesse à $t = 3\,s$, et son accélération.

Réponses : $s_M = 21\,m$; $v_{M_0} = 1\,m/s$; $v_{M_3} = 13\,m/s$; $a_M = 4\,m/s^2$.

7.03. La loi du mouvement d'un point mobile sur une trajectoire rectiligne est donnée par l'équation :
$x = 5 - 4\,t + t^2$ (*x* en *cm* , *t* en *s*)
Calculer les lois des vitesses et des accélérations, la position du mobile de seconde en seconde pour $0 \le t \le 5$, et la distance totale parcourue après 5 *s*.

Réponses : $x_s = 10\,cm$; $v_s = 6\,cm/s$; $l_{tot} = 13\,cm$.

7.04. Un train, venant de Bordeaux et se dirigeant vers Paris, roule à la vitesse de 120 *km/h*. Il passe à Tours à 15 heures. A quelle heure et à quelle distance de Tours croisera-t-il un deuxième train, parti de Paris à 12 heures, qui se dirige vers Bordeaux à la vitesse de 100 *km/h* ? La distance Paris-Tours est de 220 *km*. Les trains se déplacent sans arrêt, à une vitesse supposée uniforme.

Réponses : $t = 14\,h\,38'\,11''$; $d = 43.63\,km$ (de Tours).

7.05. Des gouttes d'eau tombent d'une pomme de douche sur le plancher situé 2 *m* plus bas. Les gouttes tombent à intervalles réguliers. La première goutte frappe le sol au moment où la quatrième goutte commence à tomber. Trouver la position de chacune des gouttes à cet instant.

Réponses : $h_1 = 0\,m$; $h_2 = 1.11\,m$; $h_3 = 1.78\,m$; $h_4 = 2\,m$.

7.06. Etudier le mouvement apériodique critique défini par $x = 5\,t\,e^{-2\,t}$. Tracer les graphes de *x*, v_M et a_M en fonction du temps.

7.07. Au moment où le feu de circulation passe au vert, un automobiliste démarre avec une accélération constante de 2 m/s^2. Au même instant, un camion vient doubler l'auto à une vitesse constante de 36 *km/h*. Au bout de quelle distance l'auto rattrapera-t-elle le camion ? Quelle sera sa vitesse à ce moment ?

Réponses : $d = 100\,m$; $v_A = 72\,km/h$.

_7.08._ Une automobile, se déplaçant à 54 *km/h* se trouve à 35 *m* d'un obstacle lorsque le conducteur applique brutalement les freins. Quatre secondes plus tard, la voiture heurte l'obstacle.
Quelle était l'accélération avant l'impact ?
Quelle était la vitesse instantanée au moment de la collision ? (on supposera l'accélération uniforme).

Réponses : $a = -3.125\, m/s^2$; $v_{impact} = 9\, km/h$.

_7.09._ Une cage remonte des mineurs d'un puits. Le mouvement est d'abord uniformément accéléré pendant 20 *s*, puis uniforme pendant 14 *s*, et enfin uniformément retardé pendant 18 *s*. La cage et alors arrivée en haut du puits. Sa vitesse maximale d'ascension est de 20 *m/s*. Calculer la profondeur du puits. Quelle est la vitesse scalaire moyenne de remontée de la cage ?

Réponses : $h = 660\, m$; $v_{scalaire\ moy} = 12.69\, m/s$.

_7.10._ Une pierre est lancée verticalement vers le haut depuis le toit d'un immeuble avec une vitesse de 29.4 *m/s*. On laisse tomber une seconde pierre 4 *s* après avoir lancé la première. Démontrer que la première pierre dépassera la seconde 4 *s* exactement après qu'on ait lâché la seconde.

_7.11._ Le mouvement plan d'un mobile M est défini par :

$$\vec{OM} = (2\,t - 1)\,\vec{1}_x + (4\,t^2 + 1)\,\vec{1}_y \qquad (t \text{ en } s)$$

Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire et en donner la représentation graphique. A l'instant $t = 1\, s$, déterminer les composants du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération.
Déterminer l'équation cartésienne de l'hodographe. Quel est le rayon de courbure de la trajectoire en $t = 1\, s$?

Réponses : $trajectoire \equiv parabole \equiv y = x^2 + 2\,x + 2$;
$\|\vec{v}_{M_1}\| = 2\sqrt{17}\ m/s$; $\|\vec{a}_{M_1}\| = 8\, m/s^2$; $\rho_{M_1} = 35.05\, m$.

_7.12._ Etudier le mouvement défini par les deux équations : $x = 2\,t$ et $y = t^2$ (*x* et *y* en *cm*; *t* en *s*).
En $t = 3\, s$, calculer $\|\vec{v}_M\|$, $\|\vec{a}_M\|$, $\|\vec{a}_{M\,t}\|$ et $\|\vec{a}_{M\,n}\|$.

Réponses : $\|\vec{v}_M\| = 2\sqrt{10}\ cm/s$;
$\|\vec{a}_{M\,t}\| = \dfrac{3\sqrt{10}}{5}\ cm/s^2$; $\|\vec{a}_{M_n}\| = \dfrac{\sqrt{10}}{5}\ cm/s^2$; $\|\vec{a}\| = 2\ cm/s^2$.

_7.13._ Etudier le mouvement défini par les deux équations : $x = 5\sin(10\,t)$ et $y = 3\cos(10\,t)$ (*x* et *y* en *cm*; *t* en *s*).
Equation et tracé de la trajectoire; lois des vitesses et des accélérations; valeurs de :
$\vec{v}_M$ et $\vec{a}_M$, $a_{M\,t}$ et $a_{M\,n}$ pour $t = \pi/40\ s$.

Réponses : trajectoire elliptique;
$\|\vec{v}_M\| = 41.23\, cm/s$;
$\|\vec{a}_M\| = 412.3\, cm/s^2$; $a_{M\,n} = 363.7\ cm/s^2$; $a_{M\,t} = -194\ cm/s^2$.

7.14. La terre tourne uniformément autour de son axe. Trouver, en fonction de la latitude ψ, la vitesse et l'accélération d'un point M à la surface de la terre, dont le rayon vaut 6370 *km*.

Réponses : $\|\vec{v}_M\| = 464 \cos\psi \left[m/s\right]$; $\|\vec{a}_M\| = 3.39\ 10^{-2}\ \cos\psi \left[m/s^2\right]$.

7.15. Un cycliste parcourt une piste de 10 *m* de rayon à la vitesse de 18 *km/h*. Quelle est l'accélération du mouvement ?

Réponse : $\|\vec{a}_M\| = 2.5\, m/s^2$.

7.16. Déterminer la loi de superposition de aiguilles, heures et minutes, d'une montre pendant un intervalle de 12 heures, à partir de zéro heure.

Réponse : 0 *h*; 1 *h* 5' 27"; 2 *h* 10' 54" ...

7.17. Sur un cercle de rayon $r = 4\, m$, un point est animé d'un mouvement d'équation : $s = t^2/2$. L'origine du mouvement s'effectue en $t = 0$. Soit A le point où se trouve le mobile à cet instant. Au bout d'un tour, le mobile repasse en A. Quel temps t_1 s'est écoulé depuis son départ ? Que vaut la vitesse et l'accélération lors du passage en A après un tour ? Avec quelle vitesse scalaire moyenne le mobile a-t-il parcouru ce tour ?
Que se passerait-il si le point est animé d'un mouvement d'équation : $s = t^2/2 + 1$?

Réponses : $t_1 = 4\sqrt{\pi}\ s$; $\|\vec{v}_A\| = 4\sqrt{\pi}\ m/s$
$\|\vec{a}_{M\,t}\| = 1\, m/s^2$; $\|\vec{a}_{M\,n}\| = 4\,\pi\ m/s^2$; $v_{scalaire\ moy} = 2\sqrt{\pi}\ m/s$
Mêmes réponses ...

7.18. Une poulie de rayon $r = 0.6\, m$ tourne à 120 *t/min*.
Pour amener la poulie à cette vitesse, un temps de 40 *s* a été nécessaire en supposant un mouvement uniformément accéléré. Après un certain temps de rotation en régime à 120 *t/min*, elle est freinée avec un mouvement uniformément retardé et effectue 150 tours avant de s'arrêter.
Calculer :

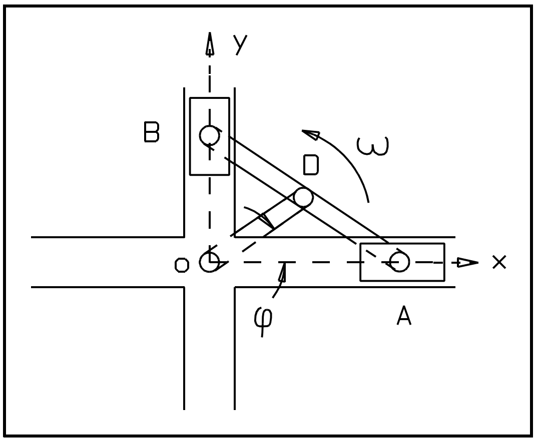
a) pendant la rotation uniforme, la vitesse et l'accélération d'un point quelconque à la surface extérieure de la poulie;
b) pendant la phase de démarrage, la vitesse et l'accélération à la 10ième seconde, ainsi que le nombre de tours effectués après les 40 *s*;
c) la durée de freinage ainsi que la vitesse et l'accélération 6 *s* avant l'arrêt.

Réponses :
a) $\|\vec{v}_M\| = 7.54\, m/s$; $\|\vec{a}_M\| = 94.7\, m/s^2$;
b) $\|\vec{v}_{M\,10}\| = 1.89\, m/s$; $\|\vec{a}_{M\,10}\| = 5.93\, m/s^2$; 40 tours;
c) $t = 150\, s$; $\|\vec{v}_{M\,144}\| = 0.30\, m/s$; $\|\vec{a}_{M\,144}\| = 0.16\, m/s^2$.

7.19. Un point mobile M se déplace sur un arc de circonférence de centre O et de rayon $r = 1\, m$, de part et d'autre d'un point fixe. La loi de son mouvement est $s = 0.785 \sin(2\,t)$, mesuré à partir de A. A partir d'un système d'axes Oxy tel que le point A se trouve sur l'axe Oy, déterminer la positon, la vitesse et l'accélération de M pour $t_1 = \pi/2\ s$ et pour $t_2 = 10\, s$.

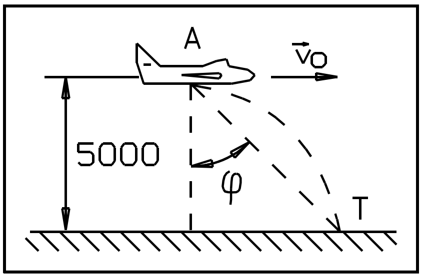
Réponses : $M_1\ (0;1)$; $\left\|\vec{v}_{M_1}\right\| = 1.57\ m/s$; $\left\|\vec{a}_{M_1}\right\| = 2.465\ m/s^2$;
$M_2\ (0.656;\ 0.755)$; $\left\|\vec{v}_{M_2}\right\| = 0.641\ m/s$; $\left\|\vec{a}_{M_2}\right\| = 2.896\ m/s^2$.

7.20. Dans le mécanisme ci-contre, les coulisseaux A et B reliés par la tige $\overline{AB}$ de longueur $l = 30\ cm$, se déplacent, sous l'effet de la rotation de la manivelle $\overline{OD}$, sur des glissières mutuellement perpendiculaires.
La manivelle $\overline{OD}$ de longueur $l/2$ est articulée au milieu de la tige $\overline{AB}$.
Déterminer la loi du mouvement des coulisseaux A et B, si la manivelle tourne uniformément à la vitesse de 2 *t/min*. Quelles sont les vitesses et accélérations de A et B au moment où $\varphi = \pi/6$?



Réponses : $\left\|\vec{v}_A\right\| = 3.14\ cm/s$; $\left\|\vec{a}_A\right\| = 1.14\ cm/s^2$;
$\left\|\vec{v}_B\right\| = 5.44\ cm/s$; $\left\|\vec{a}_B\right\| = 0.66\ cm/s^2$.

7.21. Un avion vole horizontalement à une altitude de 5 *km*. Sa vitesse, horizontale et constante, est de 500 *km/h*. Avec quel angle de visée φ, mesuré à partir de la verticale, une boîte de vivre doit-elle être larguée pour atteindre la cible ?

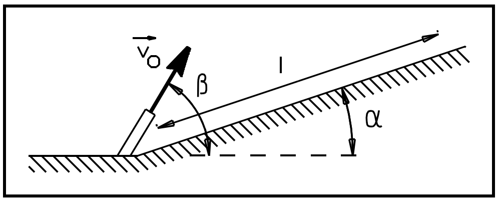


Réponse : $\varphi = 41.57°$

7.22. Un mur a 5 *m* de haut. A une distance de 10 *m* du pied du mur, on lance une balle dans sa direction; le point de lancement est supposé au sol. Quelles sont les conditions nécessaires pour que la balle passe le mur ?
Existe-t-il une vitesse de lancement minimale ?

Réponses : $v_{y_0} \geq 0.5\, v_{x_0} + \dfrac{5\,g}{v_{x_0}}$; $\left\|\vec{v}_{0\,\min}\right\| = 12.7\ m/s$; angle de lancement $\alpha = 58.3\,°$.

7.23. On a placé un canon de telle sorte que les obus soient tirés en direction d'une colline dont l'angle d'élévation est α.
La vitesse des obus à la sortie du canon est $\vec{v}_0$.
A quel angle β faut-il orienter le canon pour que la portée mesurée parallèlement au plan incliné soit maximale ?

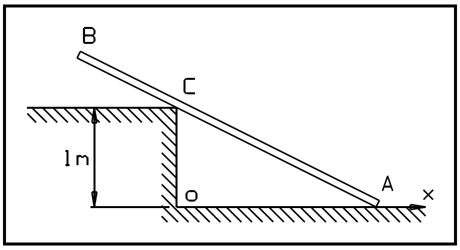


Réponse : $\beta = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\alpha}{2}$.

7.24. Trouver le rayon de courbure au point le plus haut de la trajectoire d'un projectile tiré sous un angle initial α avec l'horizontale.

Réponse : $\rho = \dfrac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$.

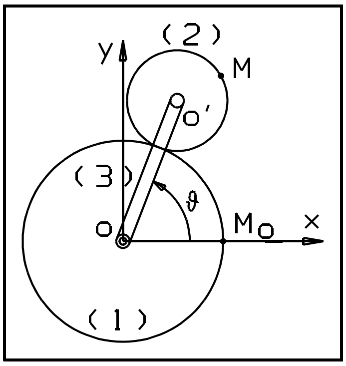
7.25. La barre $\overline{AB}$ qui mesure 3 m de longueur se déplace en restant constamment appuyée en C sur un rouleau (considéré comme un appui ponctuel). L'extrémité A parcourt une trajectoire horizontale selon la loi $x_A = 1 + t\,[m]$. On demande de calculer $\vec{v}_B$ et $\vec{a}_B$ pour $t = 1\,s$.



Réponses : $\left\|\vec{v}_{B_1}\right\| = 0.907\ m/s$;
$\left\|\vec{a}_{B_1}\right\| = 0.495\, m/s^2$.

7.26. La roue (1) de rayon $r_1 = 0.3\,m$ est immobile. La roue (2) de rayon $r_2 = 0.15\,m$ est entraînée par la manivelle (3) qui tourne à une vitesse de 5 tours par minute. La roue (2) roule sans glisser sur la roue (1). Au temps $t = 0$, le point M de (2) se trouve en M_0.

a) Ecrivez la loi du mouvement de M et dessinez sa trajectoire (approximativement !)
b) Déterminez les lois de vitesse et d'accélération de M.



Réponses : La trajectoire est une "*épicycloïde*"

$$\left.\begin{aligned} x &= (r_1 + r_2)\cos\theta - r_2 \cos\left(\frac{r_1 + r_2}{r_2}\,\theta\right) \\ y &= (r_1 + r_2)\sin\theta - r_2 \sin\left(\frac{r_1 + r_2}{r_2}\,\theta\right) \end{aligned}\right\} \quad avec\ \theta = \frac{\pi}{6}\,t$$