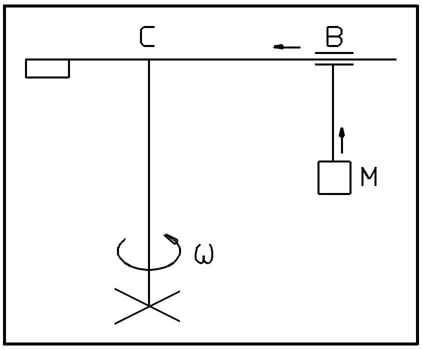
8.01. Pour une grue de chantier, représentée ci-contre, on note les déplacements suivants : M va vers B suivant un MRU à la vitesse de 0.8 *m/s* ; B va vers C suivant un MRU à la vitesse de 0.5 *m/s*; le pied $\overline{OC}$ tourne uniformément par rapport au sol à la vitesse $\omega = 0.05\, rad/s$.



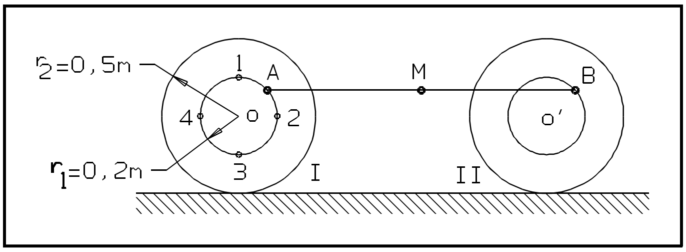
Calculer les lois de vitesse et d'accélération absolues de M, sachant que, en $t = 0$:

$\overline{MB} = 24\, m$; $\overline{BC} = 15\, m$; $\overline{OC} = 30\, m$.

Déterminer $\left\|\vec{v}_{M\,a}\right\|$ et $\left\|\vec{a}_{M\,a}\right\|$ à l'instant où $\overline{BC} = 10\, m$.

Réponses : $\left\|\vec{v}_{M\,a}\right\| = 1.07\, m/s$; $\left\|\vec{a}_{M\,a}\right\| = 0.056\, m/s^2$.

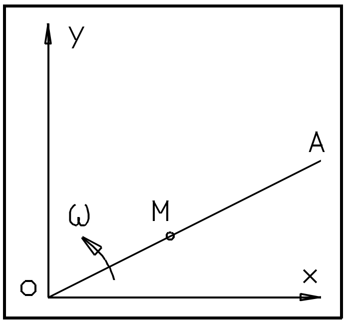
8.02. Trouver la vitesse absolue du point M, milieu de la tige $\overline{AB}$ reliant les manivelles $\overline{OA}$ et $\overline{O'B}$, si les roues I et II roulent sans glisser sur le rail.



Déterminer $\left\|\vec{v}_{M\,a}\right\|$ pour les quatre positions A_1, A_2, A_3 et A_4 , sachant que $r_2 = 0.5\, m$, $\overline{OA} = \overline{O'B} = r_1 = 0.2\, m$, la vitesse de l'ensemble du véhicule étant de 60 *km/h*. Que vaut l'accélération absolue de M, pour les 4 positions de A.

Réponses : $\left\|\vec{v}_{M\,a\,1}\right\| = 23.34\, m/s$; $\left\|\vec{v}_{M\,a\,2}\right\| = \left\|\vec{v}_{M\,a\,4}\right\| = 17.94\, m/s$; $\left\|\vec{v}_{M\,a\,3}\right\| = 10\, m/s$;
$\left\|\vec{a}_{M\,a\,i}\right\| = 222.3\, m/s^2$.

8.03. Un point M se déplace le long de la droite $\overline{OA}$ avec une vitesse constante égale à 0.5 *m/s*, tandis que la droite tourne elle-même dans le plan Oxy autour de O à la vitesse angulaire constante $\omega = \pi\, rad/s$.



A $t = 0$, M se trouve en O et $\overline{OA}$ est confondu avec Ox.

Déterminer les lois de vitesse et accélération de M. Calculer $\left\|\vec{v}_{M\,a}\right\|$ et $\left\|\vec{a}_{M\,a}\right\|$ en $t = 1\, s$.

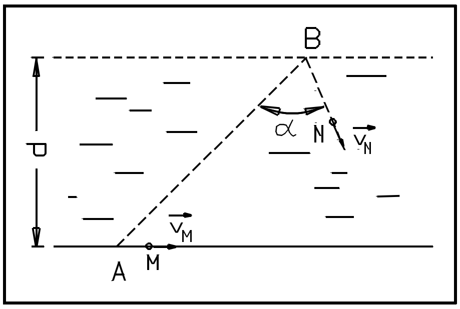
Réponses : $\left\|\vec{v}_{M\,a}\right\|_{t\,=\,1\,s} = 1.65\, m/s$;

$\left\|\vec{a}_{M\,a}\right\|_{t\,=\,1\,s} = 5.85\, m/s^2$.

8.04. Une barque doit traverser une rivière de 25 *m* de largeur dans laquelle l'eau se déplace à une vitesse de courant constante de 0.1 *m/s*. La vitesse relative de la barque par rapport à l'eau, dans sa direction, est de 0.2 *m/s*. Quelle direction doit prendre la barque pour traverser dans le temps minimum ? Définir cette direction par un angle α que ferait la direction de la barque avec une perpendiculaire au courant. Avec cette direction, situer le point d'abordage par rapport au point de départ, sur la rive opposée.

Réponses : $\alpha = 0°$; abordage à 12.5 *m* en aval du point de départ.

8.05. Un bateau M passant par A au temps $t = 0$, se déplace à une vitesse $\|\vec{v}_M\| = 10.8\ km/h$, constante en grandeur et en direction. Un canot N part de B au temps $t = 0$, avec une vitesse de 2 *m/s* constante. B se situe à $d = 300\,m$ de la trajectoire de M, et la distance $\overline{AB}$ vaut 500 *m*.

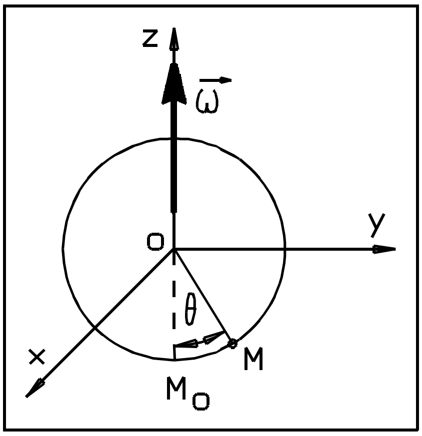


a) Quelle direction doit prendre le canot N pour rencontrer le bateau M ? (angle α mesuré à partir de la direction $\overline{AB}$).
b) Combien de temps mettra N pour rencontrer M en suivant cette direction ?
c) Y a-t-il une valeur limite inférieure de la vitesse de N en-dessous de laquelle le problème est insoluble ?

Réponses : a) + b) $\begin{cases} \alpha_1 = 64.16° & \Rightarrow \quad t_1 = 153\,s \\ \alpha_2 = 115.75° & \Rightarrow \quad t_2 = 324\,s \end{cases}$; c) $\|\vec{v}_N\|_{\lim} = 1.8\,m/s$.

8.06. Un disque de rayon $r = 5\,cm$ tourne autour d'un diamètre vertical Oz à une vitesse constante de 60 tours par minute. Un point M se déplace sur la circonférence de ce disque; sa position est donnée par la loi $\theta = \pi\, t$.

Calculer l'accélération absolue de M en fonction du temps. Que vaut-elle pour $t = 0.5\,s$?

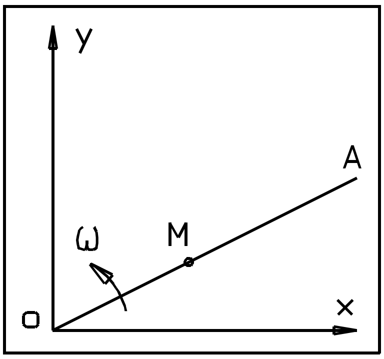


Réponses : $\|\vec{a}_{M\,a}\|_{t\,=\,0.5\,s} = 5\,\pi^2\ r = 2.47\ m/s^2$.

8.07. Un avion vole horizontalement en ligne droite à vitesse constante de 360 *km/h*. Son hélice tourne à 500 tours par minute dans le sens direct par rapport à l'avancement de l'avion. Décrire le mouvement de l'extrémité M d'une pale d'hélice (longueur d'une pale : 1 *m*); position, vitesse, accélération.

Réponses : $\|\vec{v}_{M\,a}\| = 112.9\ m/s$; $\|\vec{a}_{M\,a}\| = 2\,742\ m/s^2$.

8.08. Le segment orienté $\overline{OA}$ tourne autour de O avec une vitesse angulaire $\omega = 4\ rad/s$. Un point M se déplace sur $\overline{OA}$ avec une vitesse $v = -\,48\,\sin(\omega\ t)\,[cm/s]$. Au temps $t = 0$, $\overline{OA}$ est confondu avec Ox et la distance séparant M_0 de O est de 12 *cm*.

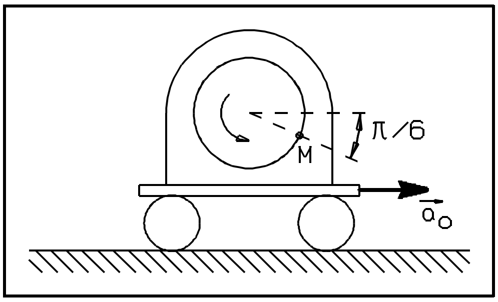


Déterminer les vitesse et accélération absolues de M, en fonction du temps, ainsi que leur valeur pour $t = \pi/24\,s$.

Réponses : $\left\| \vec{v}_{M\,a} \right\|_{t\,=\,\pi/24} = 48\,cm/s$;

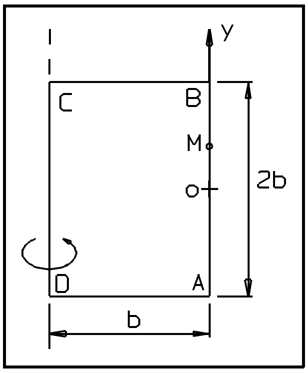
$\left\| \vec{a}_{M\,a} \right\|_{t\,=\,\pi/24} = 384\,cm/s^2$.

8.09. Un chariot se déplace horizontalement vers la droite, avec une accélération $\left\| \vec{a}_0 \right\| = 49.3\,cm/s^2$.
Il porte un moteur électrique dont le rotor tourne en période de démarrage, suivant la loi $\theta = t^2$ (θ en *rad*, *t* en *s*).
Le rayon du rotor est de 20 *cm*. Au temps $t = 1\,s$, le point M du rotor occupe la position représentée sur le dessin. Calculer son accélération absolue pour $t = 1\,s$.



Réponse : $\left\| \vec{a}_{M\,a} \right\| = 0.746\,m/s^2$, verticale, vers le haut.

8.10. Un rectangle ABCD tourne autour de son côté $\overline{CD}$ vertical avec une vitesse de 15 tours par minutes. Un point mobile M parcourt le côté $\overline{AB}$ suivant la loi $y = b\,\sin(\pi\,t/2)\,[m]$.
Déterminer l'accélération absolue de M au temps $t = 1\,s$.

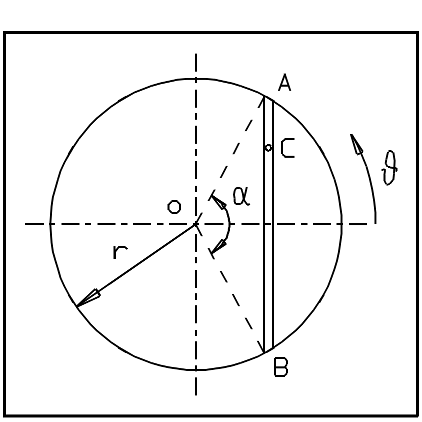


Réponse : $\left\| \vec{a}_{M\,a} \right\| = 3.49\,b\,m/s^2$.

8.11. Dans le problème précédent, supposer la rotation du rectangle en période de freinage suivant la loi : $\theta = \dfrac{\pi}{2}\,t - \dfrac{t^2}{4}$. Calculer la vitesse absolue et l'accélération absolue du point M après 2.5 *s* de freinage (début de freinage pour $y_M = 0$).

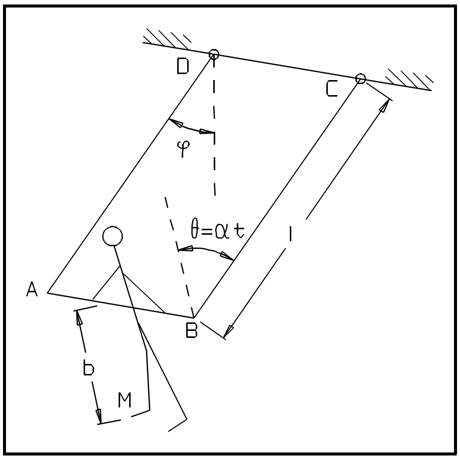
Réponses : $\left\| \vec{v}_{M\,a} \right\| = 1.156\,b\,m/s$; $\left\| \vec{a}_{M\,a} \right\| = 1.82\,b\,m/s^2$.

8.12. Un disque de rayon $r = 0.6\,m$ tourne autour d'un arbre passant par O et perpendiculaire au dessin, suivant la loi : $\theta = 3\,\pi\,t - 0.5\,\pi\,t^2$ (θ en *rad*, *t* en *s*). Une bille C se déplace dans la rainure $\overline{AB}$ avec une vitesse $v_C = 0.65 - 0.26\,t$ (en *m/s*). La rainure $\overline{AB}$ correspond à un angle au centre α de 120°.
En $t = 0$, la rainure $\overline{AB}$ est verticale, à droite de O et la bille se trouve en A et part vers B. Déterminer l'accélération absolue de C pour $t = 1\,s$.



Réponse : $\left\| \vec{a}_{C\,a} \right\| = 6.97 \; m/s^2$.

8.13. Le trapèze ABCD effectue des oscillations autour de $\overline{CD}$ d'après la loi : $\varphi = \varphi_0 \sin(\alpha\, t)$ (φ en *rad*). Le trapéziste tourne autour de la barre $\overline{AB}$ avec une vitesse angulaire α constante, mesurée relativement au trapèze.
Déterminer l'accélération absolue de M (semelle du trapéziste) à une distance b de la barre, au temps $t = \pi/\alpha \; s$, en supposant que, pour $t = 0$, le trapèze est vertical et le trapéziste vertical également avec la tête vers le haut.



Réponse : $\left\| \vec{a}_{M\,a} \right\| = \varphi_0^2 \; \alpha^2 \; (l - b) + 2 \, \varphi_0 \; \alpha^2 \; b - \alpha^2 \; b$.

8.14. La planète Jupiter tourne autour de son axe en 9 *h* 51 *min*. Son rayon est environ égale à 7 10^4 *km* et l'accélération de la pesanteur sur sa surface est de 26.5 m/s^2. Représentez graphiquement les directions radiales et verticales en un point situé à 60° de latitude nord. Calculez l'accélération effective de la pesanteur en ce point et sa déviation par rapport à la verticale locale..

Réponses : $\left\| \vec{g}_r \right\| = 25.96 \; m/s^2$; $\alpha = 2.1°$.