

<u>Problèmes sur le chapitre 2</u>	- ex2.1 -
Exercices concernant principalement les “essais des matériaux” (§ 2.7.)	- ex2.1 -
Exercices concernant principalement les “caractéristiques des matériaux” (§ 2.7. à § 2.14.) ..	- ex2.7 -
Exercices concernant principalement les “appuis et charges” (§ 2.15.).....	- ex2.10 -

Problèmes sur le chapitre 2

Remarque :

Sont supposés connus : $E_{acier} = 210000 \text{ N/mm}^2$

Exercices concernant principalement les “essais des matériaux” (§ 2.7.)

21.01. Dans un essai de traction d’une éprouvette cylindrique en acier étiré à froid de 13 mm de diamètre, on obtient les résultats suivants :

Charge axiale (en N)	Allongement (en mm) sur une longueur de référence de 50 mm	Charge axiale (en N)	Allongement (en mm) sur une longueur de référence de 50 mm
0	0	31400	0.300
5700	0.010	31400	0.400
8300	0.015	31200	0.500
10900	0.020	31400	0.600
13800	0.025	31600	1.250
16500	0.030	35000	2.500
19200	0.035	42300	5.000
22000	0.040	44600	7.500
24600	0.045	45600	10.000
27500	0.050	45600	12.500
30400	0.055	44600	15.000
33000	0.060	43000	17.500
31100	0.100	40200	18.750
31400	0.200		

Après rupture, la longueur de référence de 50 mm est devenue 68.690 mm. A partir des résultats fournis déterminer la limite élastique, le module d’élasticité longitudinal du matériau, le pourcentage d’allongement après rupture $A_{\%}$ et la charge de rupture.

Réponses : $R_e = 248.6 \text{ N/mm}^2$; $E = 207174 \text{ N/mm}^2$; $A_{\%} = 37.38 \%$
 $R_m = 343.5 \text{ N/mm}^2$

21.02. Le tableau ci-dessous récapitule les résultats d’un essai de traction effectué sur une éprouvette en alliage de magnésium. Le diamètre initial de l’éprouvette est de 12 mm, sa longueur initiale vaut 30 mm et son diamètre ultime est de 11.74 mm.

Charge axiale kN	Longueur mm	Charge axiale kN	Longueur mm
5	30.000	26.5	30.900
10	30.030	27	31.500
15	30.059	26.5	32.100
20	30.089	25	32.790
25	30.150		

A partir des résultats fournis déterminer la limite élastique, le module d’élasticité longitudinal du

matériau, le pourcentage d'allongement à la rupture $A_{\%}$, la charge de rupture, le coefficient de striction ainsi que le coefficient de Poisson.

Réponses : $R_e = 176.8 \text{ N/mm}^2$; $E = 59\,600 \text{ N/mm}^2$; $A_{\%} = 9.0 \%$
 $R_m = 238.7 \text{ N/mm}^2$; $Z_{\%} = 4.29 \%$; $\nu = 0.23$

21.03. Le tableau ci-dessous récapitule les résultats d'un essai de traction effectué sur une éprouvette en acier à haute teneur en carbone traité.

Le diamètre initial de l'éprouvette est de 17.68 mm , le diamètre final de 16.41 mm et la longueur initiale de 25 mm .

- Tracer le graphe de la contrainte σ en fonction de l'allongement relatif ε .
- Déterminer la limite de rupture R_m , la limite élastique R_e et l'allongement à la rupture $A_{\%}$.
- Déterminer le module d'élasticité E de l'acier traité.

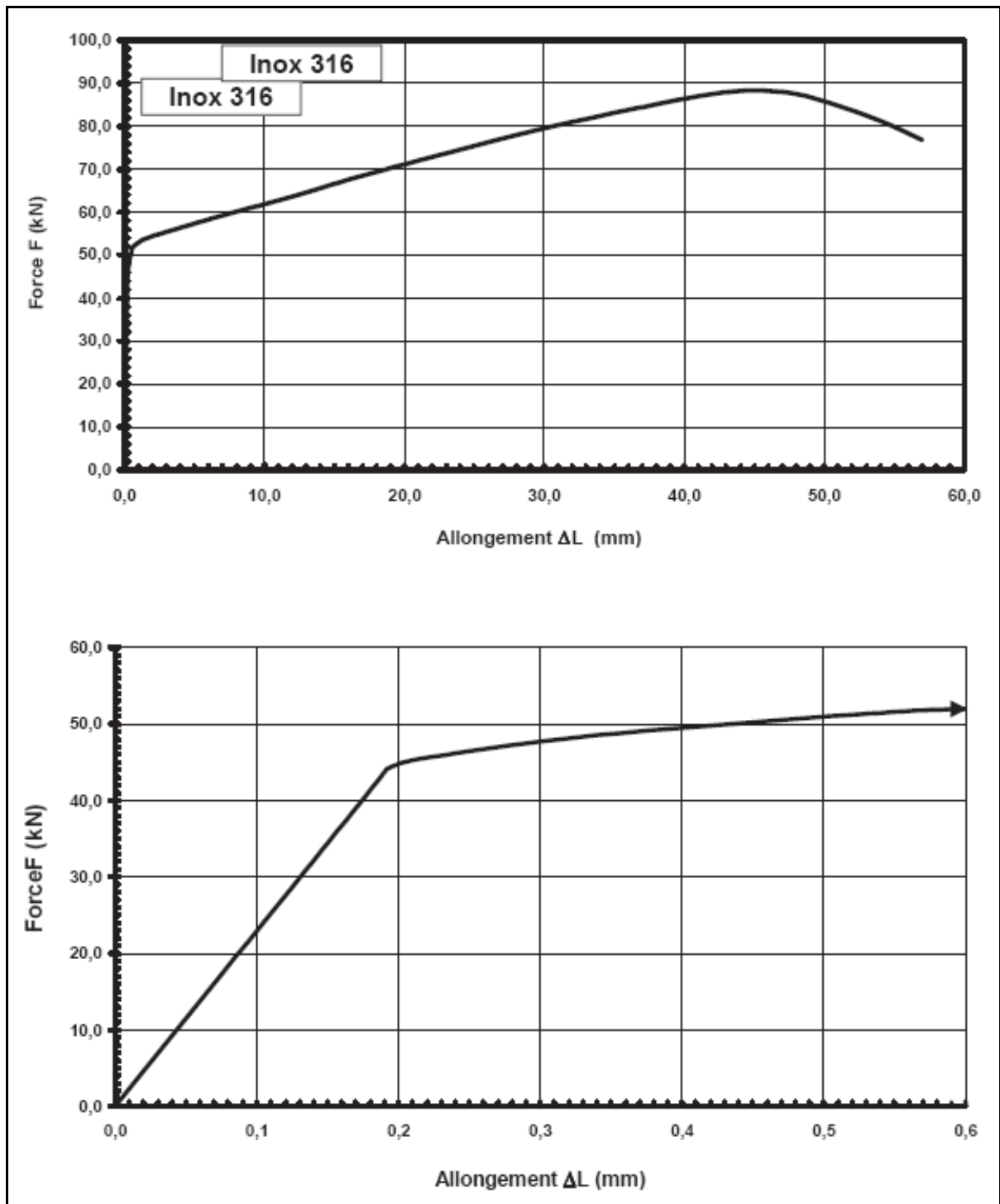
Charge axiale <i>kN</i>	Allongement <i>mm</i>	Charge axiale <i>kN</i>	Allongement <i>mm</i>
0.0	0.0000	177.2	0.254
51.8	0.0255	186.8	0.355
72.0	0.0350	197.6	0.508
93.2	0.0460	214.4	0.762
109.0	0.0535	227.0	1.016
141.6	0.0760	235.0	1.270
149.6	0.1010	242.0	1.524
161.0	0.1520	246.6	1.780
170.0	0.2030	rupture	rupture

Réponses : b) $R_m = 1004.5 \text{ N/mm}^2$; $R_e = 444.0 \text{ N/mm}^2$; $A_{\%} = 7.1 \%$
c) $E = 207\,477 \text{ N/mm}^2$

21.04. Un essai de traction a été réalisé sur une éprouvette cylindrique d'acier inoxydable 316 de diamètre $d = 15 \text{ mm}$. La longueur utile de l'éprouvette est $l_0 = 150 \text{ mm}$. La courbe brute de traction $F = f(\Delta l)$ est donnée en annexe. Grâce à ces données, calculez :

- le module d'Young E du matériau;
- sa limite proportionnelle d'élasticité R_e ;
- sa limite conventionnelle d'élasticité $R_{p0.2}$;
- sa résistance à la traction R_m ;
- son allongement $A_{\%}$ après rupture.

Réponses : a) $E = 196\,587 \text{ N/mm}^2$ b) $R_e = 249 \text{ N/mm}^2$
c) $R_{P0.2} = 288.6 \text{ N/mm}^2$ d) $R_m = 498 \text{ N/mm}^2$
e) $A_{\%} = 38 \%$



21.05. Le tableau ci-dessous récapitule les résultats d'un essai de traction effectué sur une éprouvette en alliage d'aluminium.

Le diamètre initial de l'éprouvette est de 17.82 mm , le diamètre final de 15.93 mm et la longueur initiale de 250 mm et sa longueur après rupture est de 316.5 mm

- Tracer le graphe de la contrainte σ en fonction de l'allongement relatif ε ;
- Déterminer la limite de rupture R_m , la limite élastique R_e et l'allongement à la rupture A_0 ;
- Déterminer le module d'élasticité E de l'alliage d'aluminium.

Charge axiale <i>kN</i>	Allongement <i>mm</i>	Charge axiale <i>kN</i>	Allongement <i>mm</i>
0.00	0.00	38.44	3.80
14.94	0.20	42.08	7.60
18.06	0.25	45.28	10.15
23.40	0.50	49.90	15.25
28.46	1.00	56.04	30.50
31.68	1.50	58.72	40.65
34.16	2.05	60.86	50.80
35.06	2.55	63.08	60.95
37.36	3.80	65.12	69.60

Réponses : b) $R_m = 261.1 \text{ N/mm}^2$; $R_e = 72.41 \text{ N/mm}^2$; $A_{\%} = 26.6 \%$
 c) $E = 72\,412 \text{ N/mm}^2$

21.06. Le tableau ci-dessous récapitule les résultats d'un essai de traction sur une éprouvette rectangulaire, de $50 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$, en Kevlar. La longueur initiale entre repère de l'éprouvette est $l_0 = 200 \text{ mm}$.

- Tracer la courbe de traction $F = f(\Delta l)$ du matériau.
- Déterminez sa limite d'élasticité R_e .
- Déterminez son module d'Young E .
- Déterminez sa résistance à la traction R_m .
- Déterminez son allongement $A_{\%}$ à la rupture.

Allongement (<i>mm</i>)	0	3	6	10	15	18	20	20.3
Force de traction (<i>kN</i>)	0	1.120	2.025	3.200	4.400	5.902	7.600	0

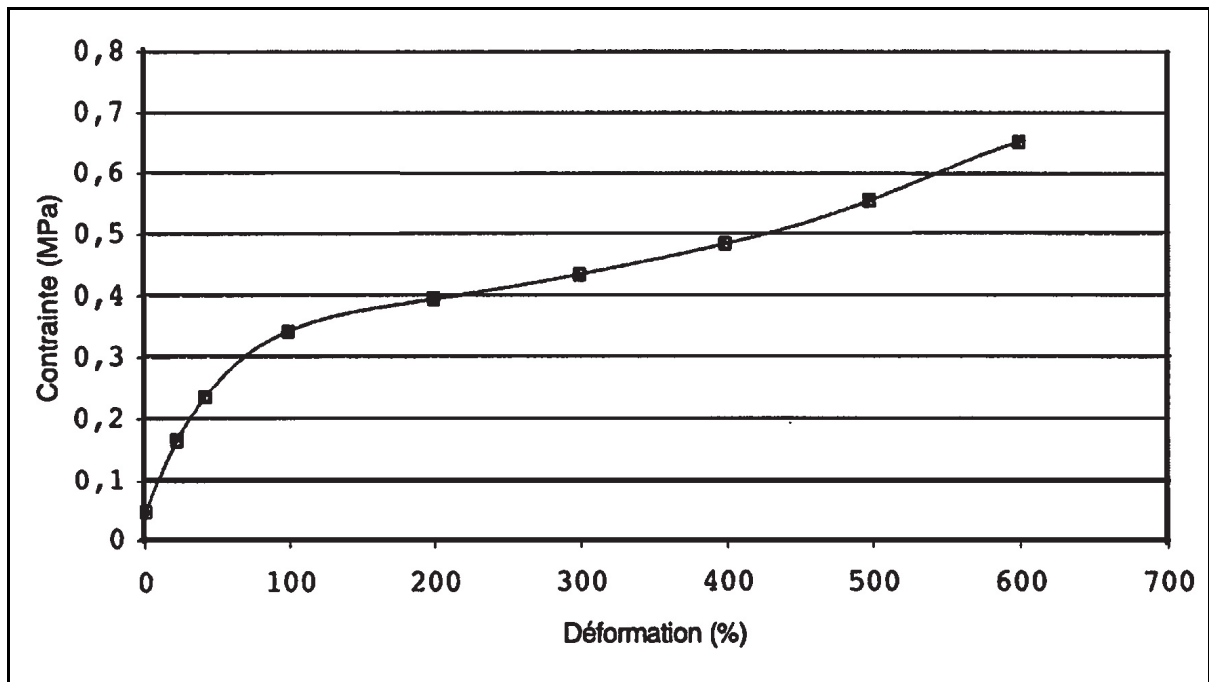
Réponses : b) $R_e = 88 \text{ N/mm}^2$ c) $E = 1173.3 \text{ N/mm}^2$ d) $R_m = 152 \text{ N/mm}^2$
 e) $A_{\%} = 10.2 \%$

21.07. Un essai de traction a été réalisé sur une éprouvette de polymère. La longueur utile de l'éprouvette est $l_0 = 50 \text{ mm}$.

La courbe de traction $\sigma = f(\varepsilon)$ est donnée ci-dessous. Grâce à ces données, déterminez :

- le module d'Young E du matériau;
- sa limite proportionnelle d'élasticité R_e ;
- sa résistance à la traction R_m ;
- sa longueur à la rupture.

Réponses : a) $E = 0.6 \text{ N/mm}^2$ b) $R_e = 0.24 \text{ N/mm}^2$ c) $R_m = 0.65 \text{ N/mm}^2$
 d) $l_f = 350 \text{ mm}$



21.08. Le tableau ci-dessous récapitule les résultats d'un essai de traction effectué sur une éprouvette en alliage de magnésium. Le diamètre initial de l'éprouvette est de 12 mm, sa longueur initiale vaut 30 mm et son diamètre ultime est de 11.74 mm.

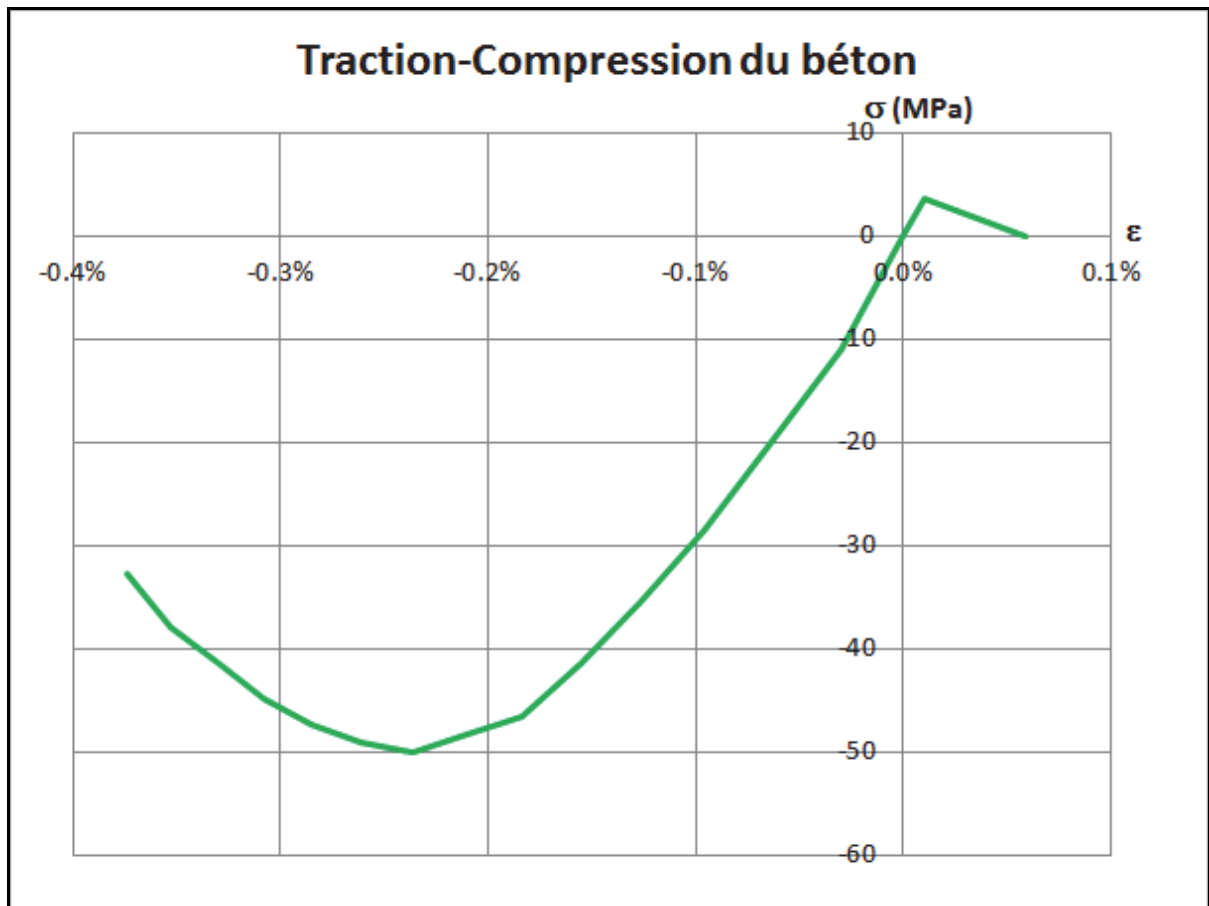
- Tracer la courbe de traction $F = f(\Delta l)$ du matériau.
- Déterminez sa limite d'élasticité R_e .
- Déterminez son module d'Young E .
- Déterminez sa résistance à la traction R_m .
- Déterminez son allongement $A_{\%}$ à la rupture.
- Déterminez son coefficient de Poisson ν .

Δl (mm)	0	0.030	0.059	0.089	0.150	0.510	0.900	1.500	2.100	2.790
N (kN)	0	5	10	15	20	25	26.5	27	26.5	25

Réponses : b) $R_e = 132.6 \text{ N/mm}^2$ c) $E = 44\,705 \text{ N/mm}^2$ d) $R_m = 238.7 \text{ N/mm}^2$
 e) $A_{\%} = 9.3 \%$ f) $\nu = 0.233$

21.09. Donnez toutes les caractéristiques de ce béton :

- En **traction**, déterminer :
 - son module d'Young E ;
 - sa résistance à la traction R_m .
- En **compression**, déterminer :
 - sa limite d'élasticité R_e ;
 - son module d'Young E ;
 - sa résistance à la compression R_m ;
 - son raccourcissement $A\%$ à la rupture.



- Réponses :
- | | |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| I) a) $E \approx 25000 \text{ N/mm}^2$ | b) $R_m \approx 4 \text{ N/mm}^2$ |
| II) a) $R_e \approx 46(10) \text{ N/mm}^2$ | b) $E \approx 25550 \text{ N/mm}^2$ |
| c) $R_m = 50 \text{ N/mm}^2$ | d) $A_{\%} = 0.38\% < 5\%$ (<i>fragile</i>) |

Exercices concernant principalement les “caractéristiques des matériaux” (§ 2.7. à § 2.14.)

22.01. Déterminer l’allongement total d’une barre d’acier de 21 cm de long, si la contrainte de traction est égale à 700 N/mm². ($E_{\text{acier}} = 210\,000 \text{ N/mm}^2$).

Réponse : $\Delta l = 0.7 \text{ mm}$

22.02. Pour mesurer la pression dans un tube à canon au moment du départ de l’obus on utilise des petits cylindres en cuivre appelés *crushers* qui s’écrasent lorsque la pression atteint sa valeur maximale. Calculer, en bar, la pression qui règne à l’intérieur du tube lorsqu’un *crusher* de diamètre 8 mm et de hauteur 13 mm s’écrase.

La résistance à la rupture par compression du cuivre utilisé est de 220 N/mm² et la pression s’exerce sur une des bases du cylindre.

Réponse : $p = 2\,200 \text{ bars}$

22.03. Une éprouvette d’acier doux, longueur de référence 100 mm, section initiale 150 mm², a été soumise à un essai de traction. Lorsque la limite élastique s’est manifestée, la charge était de 48 kN et l’allongement de 16/100 mm. Déterminer la limite élastique ainsi que le module d’élasticité de cet acier.

Réponses : $R_e = 320 \text{ N/mm}^2$; $E = 200\,000 \text{ N/mm}^2$

22.04. Une éprouvette en acier doux à une section transversale égale à 50 x 10 mm². Elle casse sous un effort de 220 kN. La distance initiale entre les 2 repères est de 200 mm. Après rupture la distance est devenue 250 mm. Calculer la limite de rupture de cet acier ainsi que son allongement à la rupture.

Réponses : $R_m = 440 \text{ N/mm}^2$; $A_{\%} \approx 25\%$

22.05. Une tige métallique cylindrique est soumise à un effort de traction de 4000 daN. La contrainte de rupture du matériau est de 50 daN/mm² et le coefficient de sécurité, par rapport à la rupture, est choisi égal à 4. Que vaut la contrainte maximale admissible ? Quelle est le diamètre minimal de la tige ?

Réponses : $\sigma_{\text{adm}} = 125 \text{ N/mm}^2$; $d = 20.2 \text{ mm}$

22.06. Un barreau rectiligne de section uniforme est soumis à une tension axiale. Sa section a une surface de 6 cm² et le barreau a une longueur de 4 m. Si l’allongement total est de 0.40 cm, sous une charge de 126 kN, trouver le module d’élasticité du matériau, ainsi que la contrainte dans ce barreau.

Réponses : $E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$; $\sigma = 210 \text{ N/mm}^2$

22.07. Déterminer l’effort de traction d’une barre d’acier cylindrique de 1 cm de diamètre, si l’allongement unitaire ε est égal à $0.7 \cdot 10^{-3}$. Quelle est le coefficient de sécurité utilisé ? ($E_{\text{acier}} = 210\,000 \text{ N/mm}^2$ et $R_{e \text{ acier}} = 235 \text{ N/mm}^2$).

Réponses : $N = 11545.5 \text{ N}$; $S = 1.6$

22.08. Un barreau prismatique, $A_0 = 6 \text{ cm}^2$ et $l_0 = 4 \text{ m}$, est soumis à une traction axiale de 123 kN . L'allongement total mesuré est de 4 mm . Trouver le module d'élasticité du matériau.

Réponse : $E = 205000 \text{ N/mm}^2$

22.09. Une barre métallique en acier S235 rond de 20 mm de diamètre est sollicitée par une force de traction de 3140 daN . Sa longueur initiale est de 10 m . Quel allongement encourt cette barre sachant que le matériau utilisé est de l'acier doux ? Quelle est la contrainte dans cette barre ainsi que le coefficient de sécurité ?

Réponses : $\Delta l = 4.76 \text{ mm}$; $\sigma = 100 \text{ N/mm}^2$; $S = 2.35$

22.10. Une barre en acier S235, de surface transversale carrée et de 8 mètres de long, s'allonge de 3.2 mm sous l'action d'une force de traction de 7200 daN . Sachant que son module d'élasticité est égal à 210 GPa , calculer le côté de la surface transversale. Quelle est la contrainte dans cette barre ainsi que le coefficient de sécurité ?

Réponses : $C = 29.3 \text{ mm}$; $\sigma = 84 \text{ N/mm}^2$; $S = 2.80$

22.11. Une barre en acier de surface transversale circulaire de 10 mm de diamètre est soumise à l'action d'une force de traction. Son module d'élasticité linéaire est de 210 GPa et son allongement unitaire de 0.1% . Sous l'effet de la force de traction, la barre s'allonge de 5 mm . Quelle est l'intensité de la force de traction ? Quelle est la longueur de la barre ?

Réponses : $N = 16493 \text{ N}$; $l = 5 \text{ m}$

22.12. Une barre en acier de section transversale circulaire de 20 mm de diamètre est sollicitée par une force de traction. Au point de rupture, la surface transversale vaut 200 mm^2 . Que vaut le coefficient de striction $Z_{\%}$ dans ce cas ?

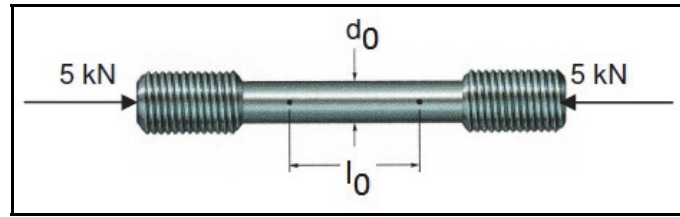
Réponse : $Z_{\%} = 36.3 \%$

22.13. Un bloc en béton est testé en compression. Son diamètre initial est de 100 mm et sa longueur initiale est de 200 mm . Son diamètre final vaut 100.007 mm et sa longueur finale vaut 199.88 mm . La charge de l'essai étant de 118 kN , déterminer le module d'élasticité E et le coefficient de Poisson ν de ce béton.

Réponses : $E = 25040 \text{ N/mm}^2$; $\nu = 0.117$

22.14. Sur une éprouvette au diamètre d_0 de 12 mm on a fait deux marques à une distance l_0 de 50 mm l'une de l'autre. Lorsqu'on applique des forces sur cette éprouvette, comme indiqué dans le dessin, on mesure une distance l_{final} de 49.9785 mm entre les marques. Le diamètre final étant 12.0018 mm .

On demande de déterminer : la contrainte dans le matériau, l'allongement relatif, le module d'élasticité de compression, le coefficient de Poisson.



Réponses : $\sigma_{comp} = 44.2 \text{ N/mm}^2$; $\varepsilon = 430 \cdot 10^{-6}$; $E = 102\,791 \text{ N/mm}^2$; $\nu = 0.349$

22.15. Une barre de section carrée ($40 \times 40 \text{ mm}^2$) est soumise à une charge de compression de 70 kN . Elle est réalisée en aluminium ($E = 65\,000 \text{ N/mm}^2$ et $\nu = 0.33$). Déterminer la section droite de la barre sous tension.

Réponse : $A_f = 1600.71 \text{ mm}^2$

22.16. Une barre de section carrée ($40 \times 40 \text{ mm}^2$) est soumise à une charge de compression de 70 kN . Elle est réalisée en aluminium ($E = 65\,000 \text{ N/mm}^2$ et $\nu = 0.33$). Déterminer la section droite de la barre sous tension.

Réponse : $A_f = 1600.71 \text{ mm}^2$

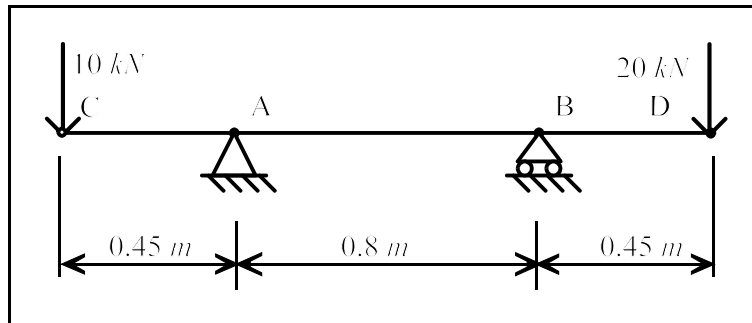
Exercices concernant principalement les “appuis et charges” (§ 2.15.)

Remarque :

Par convention, les réactions sont : “+” vers la *droite* et vers le *haut*
 “-” vers la *gauche* et vers le *bas*

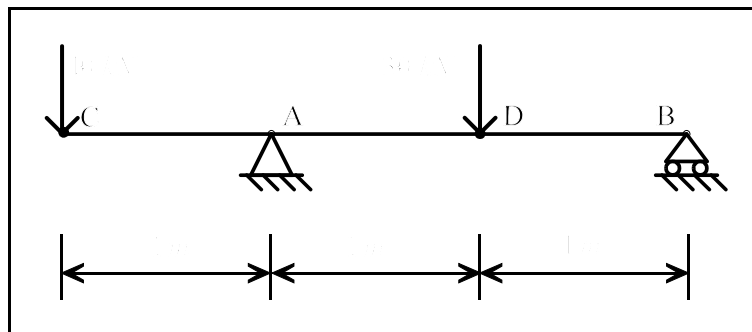
25.01. Calculer les réactions aux appuis A et B des différentes poutres ci-dessous. (Attention, les différents schémas ne sont **PAS** à l’échelle).

a)



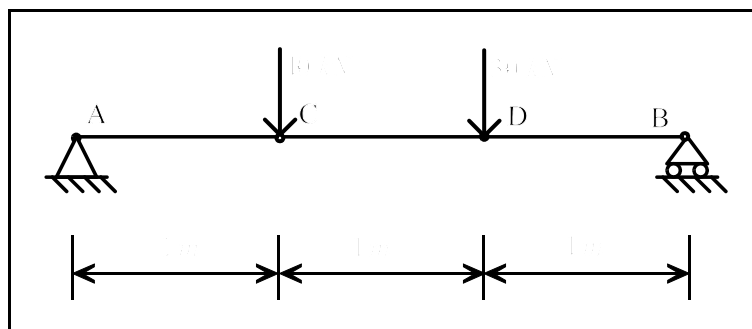
Réponses : $R_A = 4.375 \text{ kN}$; $R_B = 25.625 \text{ kN}$

b)



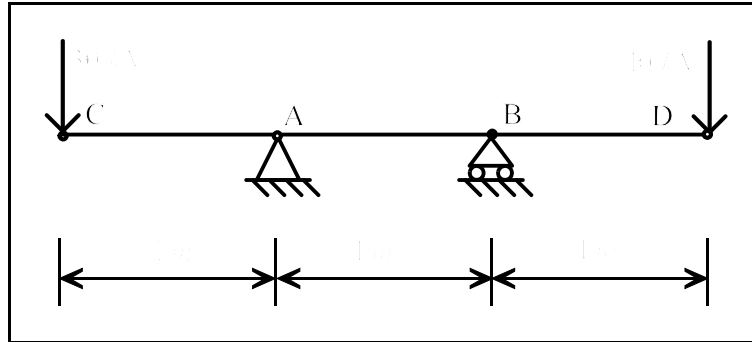
Réponses : $R_A = 30 \text{ kN}$; $R_B = 10 \text{ kN}$

c)



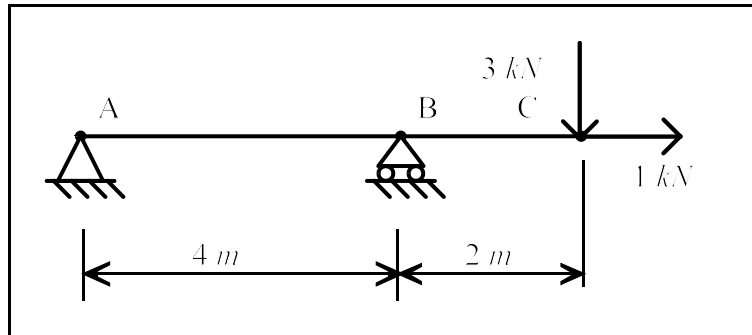
Réponses : $R_A = 23.33 \text{ kN}$; $R_B = 16.67 \text{ kN}$

d)



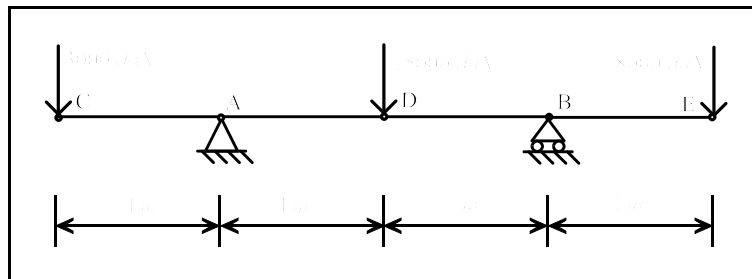
Réponses : $R_A = 50 \text{ kN}$; $R_B = -10 \text{ kN}$

e)



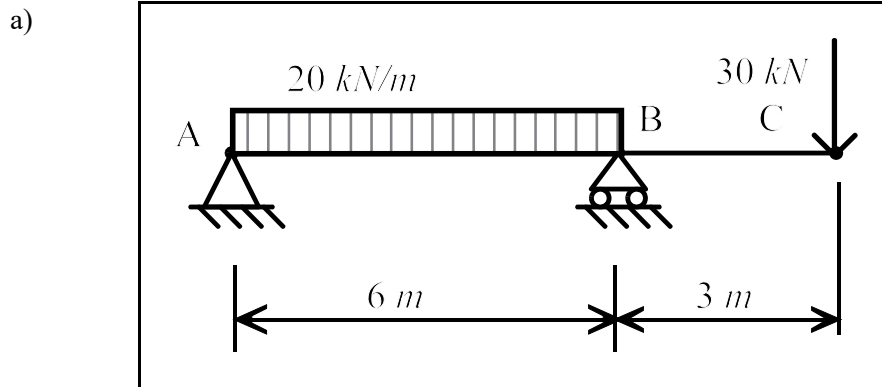
Réponses : $R_{AH} = 1 \text{ kN}$; $R_{AV} = -1.5 \text{ kN}$; $R_B = 4.5 \text{ kN}$

f)

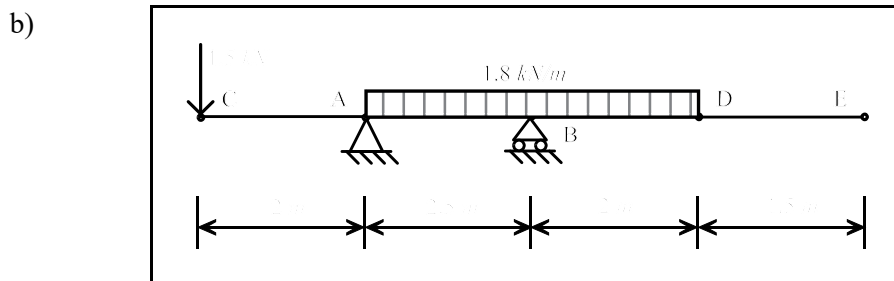


Réponses : $R_A = 80 \text{ kN}$; $R_B = 180 \text{ kN}$

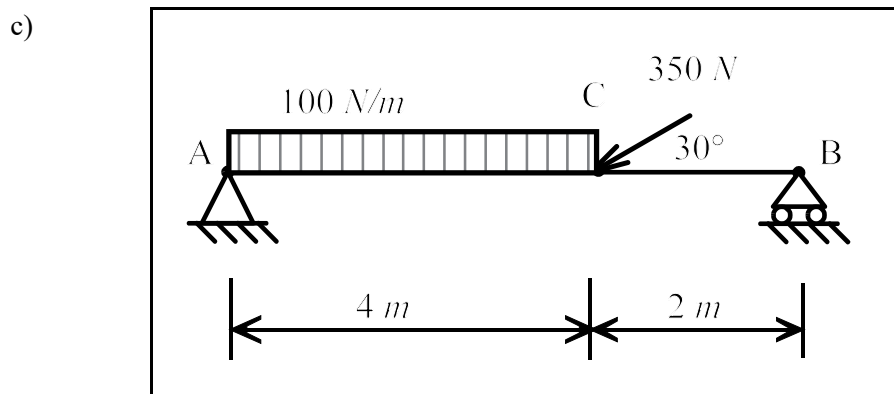
25.02. Calculer les réactions aux appuis A et B des différentes poutres ci-dessous. (Attention, les différents schémas ne sont **PAS** à l'échelle).



Réponses : $R_A = 45 \text{ kN}$; $R_B = 105 \text{ kN}$

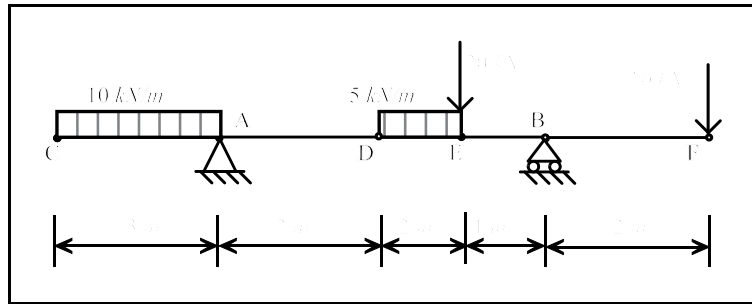


Réponses : $R_A = 3.51 \text{ kN}$; $R_B = 6.09 \text{ kN}$



Réponses : $R_{AH} = 303.1 \text{ N}$; $R_{AV} = 325 \text{ N}$; $R_B = 325 \text{ N}$

d)



Réponses : $R_A = 43 \text{ kN}$; $R_B = 27 \text{ kN}$