

| | |
|--|------------|
| <u>Problèmes sur le chapitre 3</u> | - ex3.1 - |
| Exercices concernant principalement la “ <i>théorie générale</i> ” (§ 3.2. et § 3.4.) | - ex3.1 - |
| Exercices concernant principalement les “ <i>contraintes de bridage</i> ” (§ 3.3.) | - ex3.8 - |
| Exercices concernant principalement les “ <i>pièces formées de deux matériaux différents</i> ” (§ 3.5.) | - ex3.9 - |
| Exercices concernant principalement les “ <i>assemblages boulonnés</i> ” (§ 3.6.) | - ex3.10 - |
| Exercices concernant principalement la “ <i>théorie des enveloppes minces</i> ” (§ 3.8.) | - ex3.11 - |
| Exercices concernant principalement la “ <i>théorie des câbles</i> ” (§ 3.9.) | - ex3.13 - |
| Exercices concernant principalement la “ <i>théorie des socles et descente de charges</i> ” (§ 3.10.) | - ex3.14 - |
| Exercices concernant principalement les “ <i>treillis</i> ” (§ 3.12.) | - ex3.16 - |
| Exercices concernant principalement l’ “ <i>EUROCODE</i> ” (§ 3.13.) | - ex3.18 - |
| Exercices <i>récapitulatifs</i> | - ex3.19 - |

Problèmes sur le chapitre 3

Remarque :

Sont supposés connus : $E_{acier} = 210\,000 \text{ N/mm}^2$; $\alpha_{acier} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

Exercices concernant principalement la “théorie générale” (§ 3.2. et § 3.4)

32.01. Une bague en acier AE 240 B de 100 mm de longueur, de 50 mm de diamètre extérieur et de 30 mm de diamètre intérieur, supporte une charge de 15000 daN en compression. Quelle sera la contrainte de travail de cette bague ? Si le coefficient de sécurité est de 2 et $E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$, l'acier convient-il ? Pour quelles raisons ? Quelle sera la longueur en charge ?

Réponses : $\sigma = -119.4 \text{ N/mm}^2$; oui ; $l = 99.943 \text{ mm}$

32.02. Un tube cylindrique en acier de 100 mm x 90 mm et de 1 m de haut supporte une charge de 200 kN. Calculer la contrainte de compression et le raccourcissement du tube.

Réponses : $\sigma = -134 \text{ N/mm}^2$; $\Delta l = -0.64 \text{ mm}$

32.03. Une barre prismatique de section rectangulaire (25 mm x 50 mm) et de longueur $l = 3.5 \text{ m}$ est soumise à une traction axiale de 90 kN. On observe un allongement de 1.2 mm. Calculer la contrainte axiale ainsi que l'allongement relatif. Que vaut le module de Young ?

Réponses : $\sigma = 72 \text{ N/mm}^2$; $\varepsilon = 0.0343 \%$; $E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$

32.04. Un ruban de chaîne d'arpenteur de 25 m de long a une section de 6 mm sur 0.8 mm. Calculer l'allongement du ruban développé et maintenu par une force de 60 N. Le module d'élasticité vaut $E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$.

Réponse : $\Delta l = 1.49 \text{ mm}$

32.05. Un cylindre creux en fonte a un diamètre extérieur de 7.5 cm et un diamètre intérieur de 6 cm. Sur le cylindre est appliqué une force axiale de compression de 50 kN. Calculer la contraction totale sur une longueur de 50 cm. Calculer également la contrainte normale sous cette charge. Prendre comme module d'élasticité $E = 105\,000 \text{ N/mm}^2$ et négliger le flambement latéral du cylindre.

Réponses : $\Delta l = -0.15 \text{ mm}$; $\sigma = -31.4 \text{ N/mm}^2$

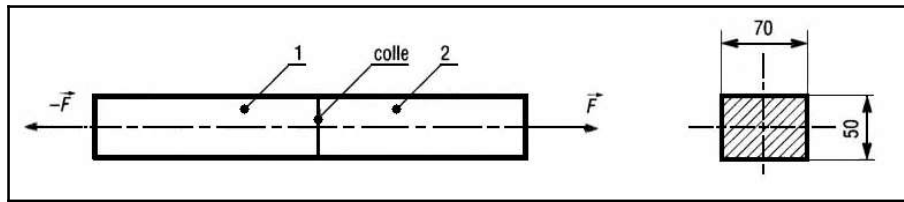
32.06. Calculer, à la limite de rupture, la longueur limite d'un câble suspendu, sans charge, pour l'acier et un alliage d'aluminium.

Pour l'acier : $\rho_{acier} = 7\,800 \text{ kg/m}^3$; $R_{m\,acier} = 1400 \text{ N/mm}^2$

Pour l'aluminium : $\rho_{alu} = 2\,700 \text{ kg/m}^3$; $R_{m\,alu} = 450 \text{ N/mm}^2$

Réponses : $l_{acier} = 18\,296 \text{ m}$; $l_{alu} = 16\,989 \text{ m}$

- 32.07.** Deux tronçons (1) et (2) en matière plastique sont collés comme l'indique la figure ci-dessous. La résistance à la rupture par traction de la colle est de 235 daN/cm^2 pour des températures comprises entre $-60 \text{ }^\circ\text{C}$ et $120 \text{ }^\circ\text{C}$. Si la section collée est rectangulaire et mesure $50 \times 70 \text{ mm}^2$, déterminer l'effort de traction maximum de cet ensemble collé.



Réponse : $N_{\max} = 82.25 \text{ kN}$

- 32.08.** Un barreau carré d'acier de 50 mm de côté C et de 1 m de long est soumis à une force de traction de 32000 daN . Calculer la diminution de dimension latérale due à cette charge. Prendre : $E = 210000 \text{ N/mm}^2$ et $\nu = 0.3$.

Réponse : $C' = 49.991 \text{ mm}$

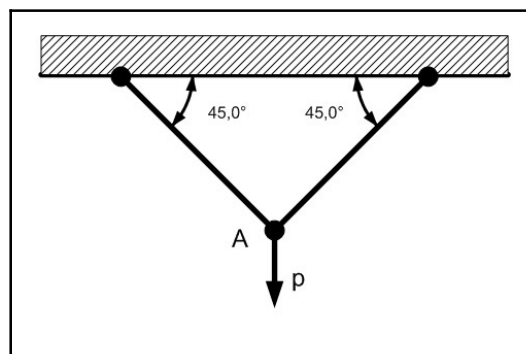
- 32.09.** Soit un barreau en acier carré de 5 cm de côté et de 25 cm de long. Il est sollicité par une force de tension axiale de 200 kN . Si $E = 210000 \text{ N/mm}^2$ et $\nu = 0.3$, calculer le changement de volume par unité de volume ($\Delta V/V$)

Réponse : $\Delta V/V = 0.000152$

- 32.10.** Un effort de traction de 9000 daN est appliqué à une barre en fer. Le diamètre de sa section transversale circulaire est de 25 mm . Le module de Young du fer utilisé est égal à 207000 N/mm^2 et l'allongement encouru par la barre est de 2 mm . Quelle est la longueur initiale de la barre avant application de la force de traction ? Calculer la contrainte de traction existante dans la barre.

Réponses : $l_0 = 2259 \text{ mm}$ $\sigma = 183.3 \text{ N/mm}^2$

- 32.11.** Deux barres d'acier identiques de 2.5 m de longueur sont assemblées par des broches (\equiv articulation) et supportent une masse de 50000 kg à leur extrémité comme représenté sur la figure ci-dessous. Calculez la section des barres telle que la contrainte subie ne soit pas plus grande que 210 N/mm^2 . On donne le module de Young $E = 210000 \text{ N/mm}^2$.



Réponse : $A = 1683 \text{ mm}^2$

32.12. Quelle charge peut-on faire supporter à une barre ronde en acier de 25 mm de diamètre pour qu'elle puisse travailler à 6 daN/mm^2 ? Quelle est son allongement sous cette charge si sa longueur est de 50 cm ?

Réponses : $N = 29452 \text{ N}$ $\Delta l = 0.14 \text{ mm}$

32.13. Quelle largeur faut-il donner à un plat d'acier de 12 mm d'épaisseur pour supporter une charge de 48 kN ? La résistance pratique ne pourra pas dépasser 8 daN/mm^2 . Quelle est son allongement sous cette charge si sa longueur est de 50 cm ?

Réponses : $\text{largeur} = 50 \text{ mm}$ $\Delta l = 0.19 \text{ mm}$

32.14. Une barre d'acier de 10 mm de diamètre reçoit une force de traction de 1256 daN. Quelle sera l'allongement de la barre sur 5 mètres ? La contrainte admissible, qui est de 18 daN/mm^2 , sera-t-elle dépassée ?

Réponses : $\Delta l = 3.81 \text{ mm}$ non ($\sigma = 159.9 \text{ N/mm}^2$)

32.15. Un fil de cuivre à une charge de rupture de 380 N/mm^2 . Quelle sera la charge maximale que pourra supporter un fil de 0.2 mm de diamètre avant de casser ?

Réponse : $N = 11.9 \text{ N}$

32.16. Déterminer l'allongement relatif et la variation de volume d'une éprouvette de traction ($A = 150 \text{ mm}^2$ et $l = 10 \text{ cm}$) soumise à un effort de 45 kN. L'acier de l'éprouvette a pour caractéristiques : $E = 200 \text{ kN/mm}^2$, $R_e = 400 \text{ N/mm}^2$ et $\nu = 0.25$.

Réponses : $\varepsilon = 0.15 \%$ $\Delta V = +11.25 \text{ mm}^3$

32.17. Calculer la diminution de diamètre d'un barreau cylindrique plein, en bronze, soumis à une traction axiale de 50 kN. Le diamètre initial est 2 cm et on donne : $E = 106000 \text{ N/mm}^2$ et $\nu = 0.31$.

Réponse : $\Delta d = -0.00931 \text{ mm}$

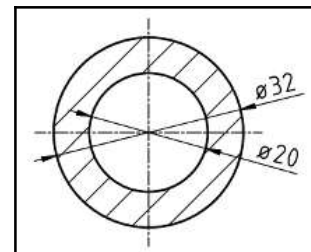
32.18. Un poteau en béton armé, de section tubulaire, doit supporter le plancher d'un immeuble. La lourde charge à laquelle il est soumis engendre un effort de compression important. On souhaite déterminer la qualité du béton approprié pour cet ouvrage.

- ▶ Diamètre extérieur du poteau : $d_e = 32 \text{ cm}$
- ▶ Diamètre intérieur : $d_i = 20 \text{ cm}$
- ▶ Charge supporté par le poteau : $m = 50 \text{ T}$
- ▶ Coefficient de sécurité minimal : $S = 1.7$
- ▶ Influence de l'armature métallique : négligeable

Résistance à la compression du béton à 28 jours : $f_{c28} = 16, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 \text{ MPa}$.

Désignation du béton : B 16, B 20, ..., B 50.

On demande :

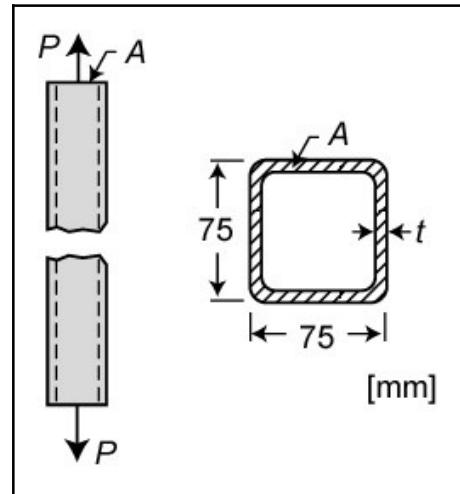


- a) Quelle doit être la résistance minimale à la compression du béton, notée f_{c28} ?
 b) Proposer une désignation pour une qualité de béton appropriée.

Réponses : a) $f_{c28} = 17 \text{ MPa}$ b) B 20

- 32.19.** Un tube carré en acier, ayant une section de $75 \times 75 \text{ mm}$, est soumis à une force axiale de traction jusqu'à sa rupture. La charge de rupture en traction est égale à 531.6 kN .
 Si la contrainte de rupture de l'acier est égale à 468 MPa , quelle est l'épaisseur du tube t en mm ?

Réponse : $t = 4 \text{ mm}$



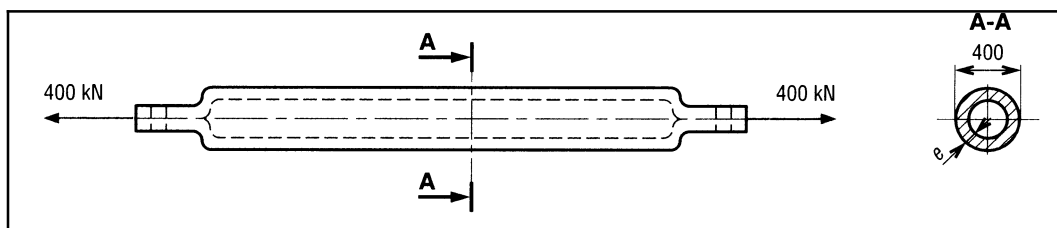
- 32.20.** Un poteau en béton armé de section carrée supporte une charge verticale de 0.7 MN . Sa hauteur est de 2.50 m . La résistance du béton est prise égale à 27.5 MPa . Quel sera la section de ce poteau si le raccourcissement admissible est égal à 2 mm ? (Module de Young à considérer : $E_{\text{béton}} = 11168 \text{ N/mm}^2$)

Remarque : dans ce calcul on ne tiendra pas compte de la présence des fers à béton.

Réponse : $C = 28 \text{ cm}$

- 32.21.** Une poutre tubulaire (diamètre extérieur 400 mm , épaisseur e) en acier AE235 (limite à la rupture $R_m = 370 \text{ MPa}$; limite élastique $R_e = 240 \text{ MPa}$), appartenant à la charpente métallique du Centre Pompidou à Paris, supporte un effort de traction de 400 kN . Le coefficient de sécurité adopté, par rapport à R_e , est égal à 6.

- a) Déterminer l'épaisseur e minimale admissible pour la construction;
 b) La longueur de la partie tubulaire de la poutre est de 3.5 m ; déterminer son allongement si $E = 210000 \text{ N/mm}^2$.



Réponses : a) $e = 8.5 \text{ mm}$ b) $\Delta l = 0.638 \text{ mm}$

- 32.22.** Une barre en fer rond de 20 mm de diamètre reçoit une charge de 31400 N . La longueur de la barre est de 10 m . Quel est l'allongement produit sachant que le module d'élasticité du fer est de 200000 N/mm^2 ? Quelle est la variation de diamètre due à cet allongement ?

Réponses : $\Delta l = 5 \text{ mm}$; $\Delta d = 2.4 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$

- 32.23.** Un barreau plein cylindrique en bronze de 2 cm de diamètre est soumis à une force de tension

axiale de 50000 N. Calculer la diminution de diamètre du barreau sous l'effet de cette charge. Pour le bronze, $E = 95000 \text{ N/mm}^2$ et $\nu = 0.28$.

Réponse : $\Delta d \approx 0.001 \text{ mm}$ négligeable

32.24. Une barre en acier de diamètre 14 mm et de longueur 0.8 m supporte un effort de 6 kN. La sécurité sur cette barre devra être de 10.

a) Calculer la contrainte que supporte la barre;

b) Choisir un acier supportant cette contrainte parmi ceux indiqués ci-dessous :

S185 : $R_e = 185 \text{ MPa}$ S235 : $R_e = 235 \text{ MPa}$ E295 : $R_e = 295 \text{ MPa}$

S355 : $R_e = 355 \text{ MPa}$ E360 : $R_e = 360 \text{ MPa}$ C55 : $R_e = 420 \text{ MPa}$

c) Calculer l'allongement que pourra avoir la barre et le coefficient de sécurité réel.

Réponses : a) $\sigma = 39 \text{ N/mm}^2$ b) C55 c) $S_{\text{réel}} = 10.8$

32.25. Une barre d'une charpente métallique subissant une charge s'allonge de 5 mm. Sachant qu'elle a une longueur de 6 m, un diamètre de 10 cm et qu'elle est fabriquée dans un matériau dont le module de Young vaut 150000 MPa, on demande de déterminer :

a) la contrainte de traction subie par la barre;

b) Choisir un acier supportant cette contrainte parmi ceux indiqués ci-dessous :

S185 : $R_e = 185 \text{ MPa}$ S235 : $R_e = 235 \text{ MPa}$ E295 : $R_e = 295 \text{ MPa}$

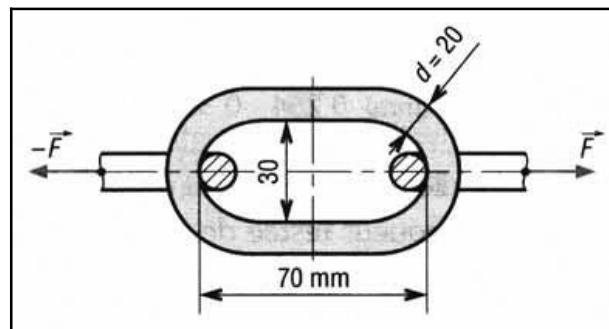
S355 : $R_e = 355 \text{ MPa}$ E360 : $R_e = 360 \text{ MPa}$ C55 : $R_e = 420 \text{ MPa}$

Calculer alors coefficient de sécurité réel.

c) Calculer l'allongement de cette barre.

Réponses : a) $\sigma = 39 \text{ N/mm}^2$ b) C55 ; $S_{\text{réel}} = 10.8$ c) $\Delta l = 0.148 \text{ mm}$

32.26. Une chaîne se compose d'une suite de maillons soudés les uns derrière les autres. La limite élastique de l'acier utilisé est de 630 N/mm^2 . Déterminer la force maximale que peut supporter la chaîne si le coefficient de sécurité adopté est de 5.



Réponse : $N \approx 79.2 \text{ kN}$

32.27. Un tirant de longueur $l = 4 \text{ m}$ est formé d'un rond d'acier doux XC18 dont les extrémités sont filetées. Sachant que ce tirant est soumis à un effort constant de traction égal à 30 kN, déterminer :

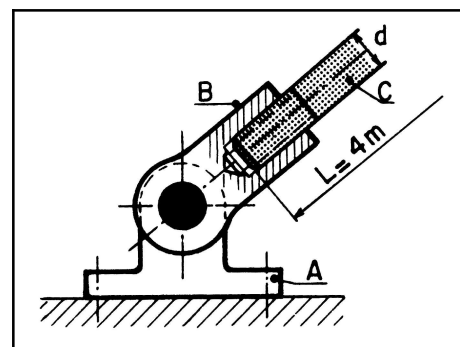
a) le diamètre de ce rond;

b) la contrainte normale dans toute la section droite de la partie lisse;

c) l'allongement total.

Caractéristiques du XC18 : $R_e = 260 \text{ N/mm}^2$

Coefficient de sécurité : $S = 2.6$



Réponses : a) M22 b) $\sigma = 78.9 \text{ N/mm}^2$ c) $\Delta l = 1.5 \text{ mm}$

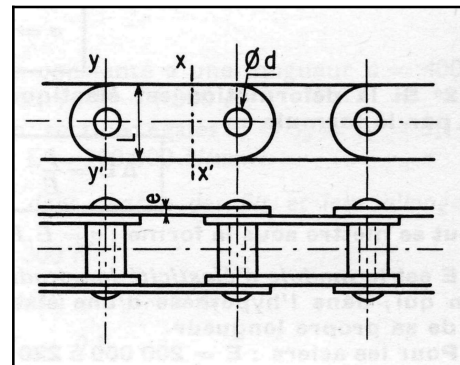
32.28. Une barre de charpente métallique supporte un effort de traction de 30 kN . Cette barre est réalisée à partir d'une cornière à ailes égales. La résistance pratique à l'extension adoptée est $\sigma_{adm} = 100\text{ N/mm}^2$.

- a) Déterminer les dimensions de la cornière afin qu'elle résiste dans les normes de sécurité adoptées. Utiliser le tableau ci-contre.
 b) La longueur de la cornière est de 1.2 m . Calculer l'allongement ($E = 210000\text{ N/mm}^2$).

| Dimensions | Section mm^2 |
|-------------|-----------------------|
| 30 x 30 x 4 | 227 |
| 35 x 35 x 4 | 267 |
| 40 x 40 x 4 | 308 |
| 40 x 40 x 5 | 379 |
| 45 x 45 x 5 | 430 |

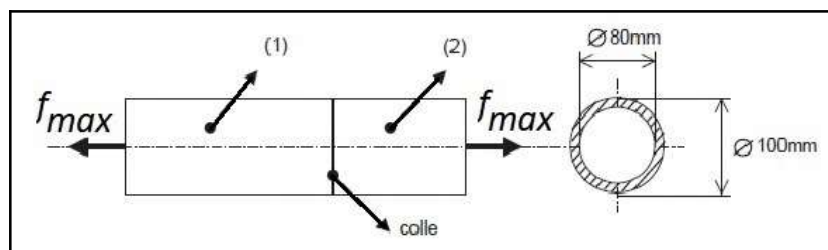
Réponses : a) 40 x 40 x 4 b) $\Delta l = 0.556\text{ mm}$

32.29. Une chaîne de Galle est composée de maillons entretoisés comme l'indique la figure ci-contre. L'effort de traction est de 5 kN . Calculer la contrainte dans les sections xx' et yy' de l'un des flasques. On donne : $d = 7.5\text{ mm}$; $e = 3\text{ mm}$; $l = 17\text{ mm}$.



Réponses : $\sigma_{xx'} = 49.0\text{ N/mm}^2$
 $\sigma_{yy'} = 87.7\text{ N/mm}^2$

32.30. Deux tronçons (1) et (2) en matière plastique sont collés comme le montre le schéma ci-dessous. La résistance à la rupture par traction de la colle est de 235 daN/cm^2 pour des températures comprises entre $-60\text{ }^\circ\text{C}$ et $+120\text{ }^\circ\text{C}$. Si la section collée est circulaire creuse (voir schéma), déterminez l'effort de traction maximal transmis par le joint collé.



Réponse : $f_{max} = 66.4\text{ kN}$

32.31. Soit la structure représentée à la figure ci-dessous. Les tiges d'acier \overline{AB} ($l_{\overline{AB}} = 260\text{ mm}$) et \overline{BC} ($l_{\overline{BC}} = 150\text{ mm}$) sont chevillées à chaque extrémité et portent une charge une charge f de 220 kN . Le matériau est un acier de construction dont la limite élastique est de 245 N/mm^2 et le module de Young 210000 N/mm^2 . Des facteurs de sécurité de 2 pour la traction et de 3.5 pour la compression sont considérés comme satisfaisants. Calculez le diamètre des 2 barres.

Réponse : $d = 45 \text{ mm}$ (2 barres identiques)

32.32. Un os humain a un module de Young de 10000 N/mm^2 environ. Il se fracture lorsque la déformation de compression est supérieure à 1 %. Quelle est la charge maximale que peut supporter un os dont la section transversale a une aire de 3 cm^2 .

Réponse : $N = 30 \text{ kN}$

32.33. Une barre de diamètre $d = 20 \text{ mm}$ en acier A 355 C ($R_e = 355 \text{ N/mm}^2$) est sollicitée par une force de 27000 N . La longueur est de 10 m . Le module d'élasticité $E = 210000 \text{ N/mm}^2$. Le coefficient de sécurité $S = 4$.

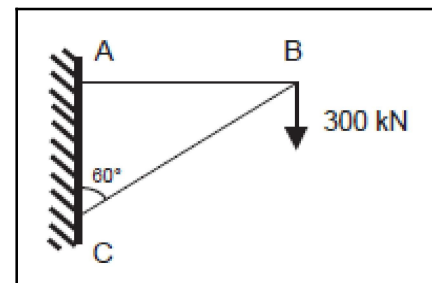
- Quel sera la contrainte dans la barre ?
- Cette contrainte est-elle admissible ? Pour quelle(s) raison(s) ?
- Quelle sera la déformation ?

Réponses : a) $\sigma = 86 \text{ N/mm}^2$ b) oui ;-) c) $\Delta l = 4.09 \text{ mm}$

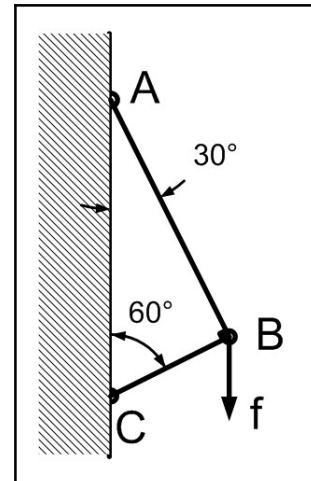
32.34. Une tige cylindrique pleine en acier de 6 mm de diamètre et de 40 cm de long est fixé rigidement à l'extrémité d'un carré en bronze de 2 cm de côté et de 30 cm de long. Les axes des deux barreaux sont dans le prolongement l'un de l'autre. Une force de traction axiale de 5 kN est appliquée aux deux extrémités. Calculer l'allongement de l'ensemble. ($E_{\text{acier}} = 210000 \text{ N/mm}^2$ et $E_{\text{bronze}} = 95000 \text{ N/mm}^2$).

Réponse : $\Delta l_{\text{tot}} = 0.38 \text{ mm}$

32.35. Deux barres d'acier \overline{AB} et \overline{BC} (longueur de 360 cm) sont assemblées par broches à chaque extrémité et supportent une charge de 300 kN comme représenté sur la figure ci-dessous. Le matériau utilisé est de l'acier dont la limite élastique R_e vaut 420 N/mm^2 et le module de Young E vaut 210000 N/mm^2 . Le coefficient de sécurité est égal à 2 pour les barres en traction et à 3.5 pour celles en compression. Calculer les sections requises pour ces barres.



Réponses : $A_{\overline{AB}} = 2476 \text{ mm}^2$; $A_{\overline{AC}} = 5000 \text{ mm}^2$



32.31.

Exercices concernant principalement les “contraintes de bridage” (§ 3.3.)

33.01. Les rails d'un tramway ont été soudés ensemble à la température de $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Calculer les contraintes développées dans ces rails sous l'action du soleil, qui porte leur température à $38\text{ }^{\circ}\text{C}$. Le coefficient de dilatation thermique de l'acier est de $12\ 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Réponse : $\sigma = -70.6\ \text{N/mm}^2$

33.02. Une colonne creuse ($d_i = 24\ \text{mm}$; $d_e = 28\ \text{mm}$) en fonte grise ($R_m = 150\ \text{N/mm}^2$) et de $1\ \text{m}$ de hauteur supporte une charge de $2000\ \text{N}$. Prendre : $E = 90\ 000\ \text{N/mm}^2$.

- Sous cette charge maximum admissible, quel est le coefficient de sécurité utilisé ?
- Quel sera son raccourcissement sous cette charge ?
- Quelle variation de température cette colonne devrait subir pour quelle s'allonge de $1\ \text{mm}$?
Le coefficient de dilatation thermique de la fonte est de $10.5\ 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.
- Quelle est la masse de cette colonne ($\rho_{\text{fonte}} = 7.2\ \text{kg/dm}^3$) ?

Réponses : a) $S = 12.3$ b) $\Delta l = -0.136\ \text{mm}$ c) $\Delta T = 95.2\text{ }^{\circ}\text{C}$; d) $m = 1.2\ \text{kg}$

33.03. Des rails d'acier sont posés avec un écartement de $3\ \text{mm}$ entre les extrémités lorsque la température est de $15\text{ }^{\circ}\text{C}$. Chaque rail a une longueur de $12\ \text{m}$.

- Calculer l'écartement entre les rails pour une température de $-24\text{ }^{\circ}\text{C}$;
- A quelle température les rails sont-ils en contact ?
- Calculer la contrainte de compression pour une variation de température de $45\text{ }^{\circ}\text{C}$.
Négliger toute possibilité de flambement des rails.

Réponses : a) écartement : $8.62\ \text{mm}$ b) $T = 35.8\text{ }^{\circ}\text{C}$ c) $\sigma = -61\ \text{N/mm}^2$

33.04. Un fil d'aluminium de $30\ \text{m}$ de long est soumis à une contrainte de tension de $7\ \text{kN/cm}^2$. Calculer l'allongement total du fil. Quelle variation de température produirait le même allongement ? Prendre $E = 70\ 000\ \text{N/mm}^2$ et pour α (coefficient de dilatation linéaire) $23.7\ 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Réponses : $\Delta l = 30\ \text{mm}$ $\Delta T = 42.2\text{ }^{\circ}\text{C}$

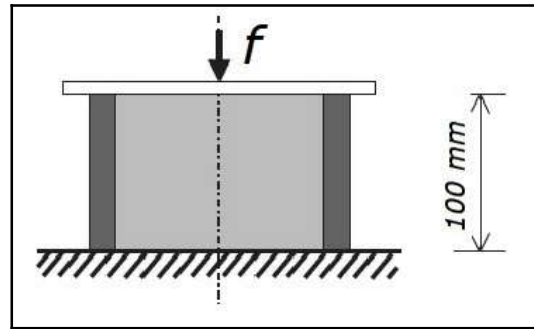
33.05. Une colonne creuse en fonte a $150\ \text{mm}$ de diamètre extérieur et $120\ \text{mm}$ de diamètre intérieur.

- Quelle charge pourrait-elle supporter en compression sous une contrainte maximale admissible de $70\ \text{N/mm}^2$?
- Quelle est le raccourcissement de cette colonne sous cette charge si sa longueur est égale à $150\ \text{cm}$?
- Quelle sera la contrainte supplémentaire engendrée si cette colonne est soumise à une variation positive de température de $30\text{ }^{\circ}\text{C}$?
(Prendre $E_{\text{fonte}} = 90\ 000\ \text{N/mm}^2$ et $\alpha_{\text{fonte}} = 10.5\ 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)

Réponses : a) $N = 445\ \text{kN}$ b) $\Delta l = -1.17\ \text{mm}$ c) $\sigma_{\text{bridage}} = -28.4\ \text{N/mm}^2$

Exercices concernant principalement les “pièces formées de deux matériaux différents” (§ 3.5.)

35.01. Un cylindre en aluminium de 75 mm de diamètre extérieur et de 100 mm de hauteur est entouré d'un tube en acier de 90 mm de diamètre extérieur et de même hauteur. On suppose que les deux cylindres ont été emmanchés sans effort et sans jeu. On comprime axialement l'ensemble entre deux plateaux rigides avec un effort de 250 kN. Quelle est la contrainte dans l'acier ? Et dans l'aluminium ?

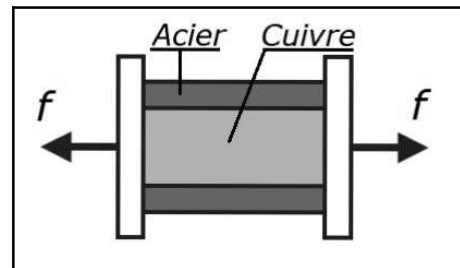


Prendre $E_{acier} = 210\,000\text{ N/mm}^2$

et $E_{aluminium} = 72\,500\text{ N/mm}^2$.

Réponses : $\sigma_{acier} = -72.1\text{ N/mm}^2$; $\sigma_{aluminium} = -24.9\text{ N/mm}^2$

35.02. Un barreau composite est constitué d'une bande de cuivre tenue entre deux plaques d'acier laminé à froid. Les extrémités de l'assemblage sont couvertes par des plaques infiniment rigides et une charge axiale de traction f est appliquée sur le barreau. Les barreaux ont tous une longueur de 10 cm, les plaques d'acier ont une section droite de 0.6 cm^2 chacune et le cuivre une section droite de 1.8 cm^2 . La limite de rupture de l'acier est de 560 N/mm^2 et le module de Young vaut $206\,000\text{ N/mm}^2$. Pour le cuivre, la limite de rupture est de 210 N/mm^2 et le module de Young vaut $120\,000\text{ N/mm}^2$. Un coefficient de sécurité de 3, basé sur la limite de rupture de chaque métal, est jugé satisfaisant.



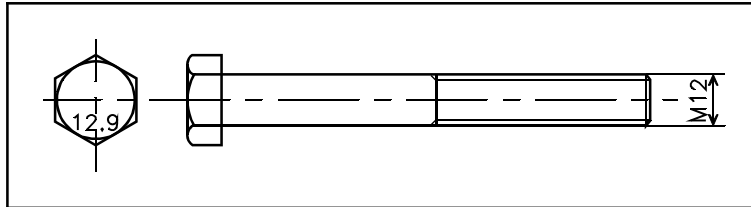
Réponse : $N_{adm} = 27\,020\text{ N}$

Exercices concernant principalement les “assemblages boulonnés” (§ 3.6.)

36.01. Quelle est la limite élastique d’une vis M18 x 2.5 12.9 ?

Réponse : $R_e = 1080 \text{ N/mm}^2$

36.02. Quelle sera la charge maximale admissible (à la limite élastique) pour cette vis ?



Réponse : $N = 91.04 \text{ kN}$

Exercices concernant principalement la “théorie des enveloppes minces” (§ 3.8.)

38.01. Un réservoir sphérique de 18 m de diamètre et de 15 mm d'épaisseur est utilisé pour stocker du gaz. Le taux de travail du métal est de 120 N/mm^2 . Quelle pression maximum faut-il indiquer sur le manomètre ?

Réponse : $p = 4 \text{ bars}$ (sans tenir compte d'un coefficient de soudure)

38.02. Calculer l'épaisseur de la paroi d'un réservoir soudé d'un compresseur dont le diamètre est de 300 mm et où la pression de l'air sera de 7 bars. La résistance pratique est de 90 N/mm^2 .

- a) Quelle sera l'épaisseur minimale de la tôle ?
b) Quelle sera l'épaisseur finale dans le calcul en tenant compte :
- ▶ d'un coefficient de soudure,
 - ▶ d'une épaisseur de 1 mm supplémentaire pour la corrosion.

Réponses : a) $e_{\min} = 1.17 \text{ mm}$ b) $e_1 = 1.8 \text{ mm}$ et $e_2 = 2.8 \text{ mm}$

38.03. Une conduite d'eau sous pression est composée de tuyaux en fonte dont le diamètre intérieur est de 200 mm. La pression en service normal est de 4 bars, mais on admettra une certaine surpression accidentelle de 2 bars. Calculer l'épaisseur des tuyaux en supposant une résistance pratique de 12 N/mm^2 .

Remarque : la conduite est enterrée, donc susceptible d'oxydations importantes.

Réponse : $e = 7 \text{ mm}$

38.04. Calculer l'épaisseur minimum d'un bouilleur cylindrique de 1 m de diamètre sachant que la pression d'épreuve est de 10 atm et que le taux de travail admissible est de 60 N/mm^2 .

Réponse : $e_{\min} = 9 \text{ mm}$

38.05. Le simulateur d'espace du Jet Propulsion Laboratory à Pasadena en Californie, est un récipient cylindrique de 810 cm de diamètre et de 25.5 m de hauteur. Il est obtenu par roulage à froid d'un acier inoxydable dont la limite de proportionnalité est de 1155 daN/cm^2 . La pression minimale en opération dans la chambre est de 10^{-6} Torr ($1 \text{ Torr} = 1/760$ de l'atmosphère standard $\rightarrow 1 \text{ Torr} = 133.3 \text{ Pa}$). Calculer l'épaisseur de paroi requise pour que la contrainte admissible basée sur la limite de proportionnalité, avec un facteur de sécurité de 2.5 ne soit pas dépassée. On négligera la possibilité de flambement due à la pression extérieure et aussi les effets de zone de surcharge dans le simulateur aux attaches des éprouvettes d'essai.

Réponse : $e \geq 9 \text{ mm}$

38.06. Quelle épaisseur minimale faut-il donner à un tuyau en fonte de 300 mm de diamètre intérieur devant alimenter un château d'eau de 30 m de hauteur ? Les tuyaux sont essayés à une pression double de celle qu'ils sont appelés à supporter. Contrainte admissible dans les tuyaux : 15 N/mm^2 .

Réponse : $e_{\min} = 6 \text{ mm}$

38.07. Une bouteille d'air comprimé à usage de laboratoire est à la livraison sous une pression de 160 bars. Le diamètre extérieur du cylindre est de 25 cm. L'acier à une limite élastique de 245 N/mm^2 et l'on admet un coefficient de sécurité de 2.5. Déduisez l'épaisseur de la paroi.

Réponse : $e \geq 20.4 \text{ mm}$ (! Pas une paroi mince \Rightarrow réponse inadéquate)

Exercices concernant principalement la “théorie des câbles” (§ 3.9.)

39.01. Un câble d’acier comporte 6 torons de 21 fils de 1.2 mm de diamètre. L’acier à une résistance à la rupture de 2000 N/mm². Quelle sera la charge maximale à la rupture sachant que le coefficient de réduction est de 15 % de la charge admissible et que le coefficient de sécurité est de 5 ?

Réponse : $N_{adm} = 48450 \text{ N}$

39.02. Un ascenseur de 800 kg est suspendu par un câble d’acier dont la contrainte admissible est de 120 N/mm². Quel est le diamètre minimal du câble requis si l’ascenseur accélère vers le haut à raison de 1.5 m/s²?

Réponse : $A = 9.8 \text{ mm}$

39.03. Un câble d’acier de 6 mm de diamètre est utilisé pour le levage dans la construction immobilière. Si 150 m de câble sont suspendus verticalement et servent à lever une masse de 200 kg suspendue à l’extrémité inférieure, calculer l’allongement *total* du câble. La masse volumique de l’acier est de 7800 kg/m³ et $E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$. (Prendre $E_{câble} = 120\,000 \text{ N/mm}^2$)

Réponse : $\Delta l_{tot} = 93.4 \text{ mm}$

Exercices concernant principalement la “théorie des socles et descente de charges” (§ 3.10.)

310.01. Soit un mur de maçonnerie et sa fondation. Les masses volumiques sont les suivantes :

▶ pour la maçonnerie : $\rho_{mac} = 2000 \text{ kg/m}^3$

▶ pour la fondation : $\rho_{fond} = 2500 \text{ kg/m}^3$

Les différentes contraintes admissibles sont :

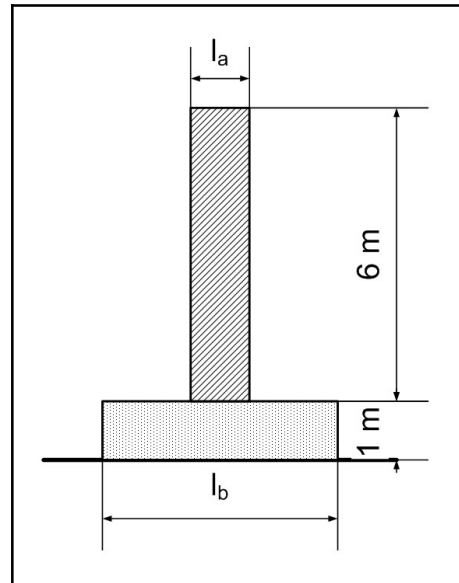
▶ pour la maçonnerie : $\sigma_{mac} = 100 \text{ N/cm}^2$

▶ pour la fondation : $\sigma_{fond} = 1000 \text{ N/cm}^2$

▶ pour le sol : $\sigma_{sol} = 50 \text{ N/cm}^2$

On demande de déterminer les largeurs l_a du mur et l_b de la fondation. L'effort en tête du mur étant de 300 kN/m courant.

Réponses : $l_a = 34 \text{ cm}$ $l_b = 72 \text{ cm}$



310.02. Calculer la hauteur à laquelle peut être construit un mur de béton, en admettant une résistance à la compression de 1760 N/cm^2 et un facteur de sécurité de 4. La masse volumique du béton est égal à 2200 kg/m^3 .

Réponse : $h \leq 204 \text{ m}$

310.03. Une pile de pont en béton comporte deux éléments prismatiques, de section carrée, d'égale hauteur. En plus du poids propre de la structure, la pile est soumise à un effort de compression P à son sommet. Déterminer la section de chaque partie de la pile, sachant que :

▶ la contrainte admissible en compression de la maçonnerie est égale à 10 MPa ;

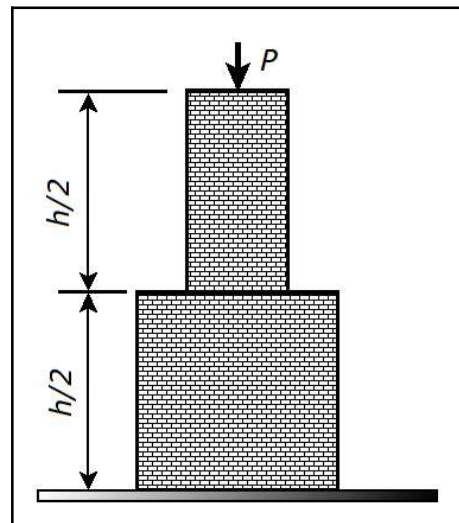
▶ la hauteur totale h est de 50 m ;

▶ l'effort de compression p vaut $2 \cdot 10^6 \text{ N}$;

▶ la masse volumique de la maçonnerie utilisée ρ_{mac} vaut 1600 kg/m^3 .

Réponses : $A_1 = 0.208 \text{ m}^2$

$A_2 = 0.217 \text{ m}^2$



310.04. Un puits de fondation de 1.20 m de diamètre et de 8 m de hauteur est fait en béton. Il supporte une charge de 30000 daN . Quelle est la contrainte de compression dans le béton à sa partie supérieure ? Quelle est la pression sur le terrain ? La masse volumique du béton est égal à 2200 kg/m^3 .

(On ne tiendra pas compte du frottement entre le puits de fondation et le sol environnant)

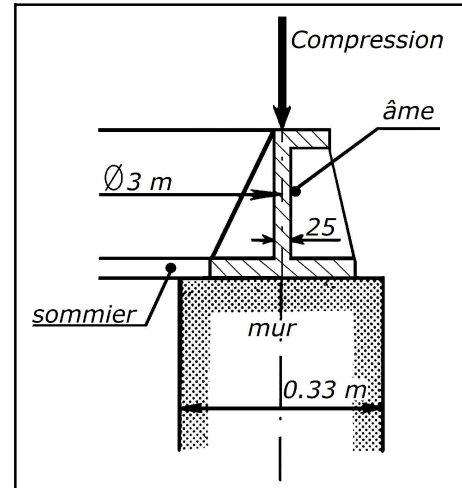
Réponses : $\sigma_{béton} = 0.27 \text{ N/mm}^2$; $p_{terrain} = 0.43 \text{ N/mm}^2$

310.05. Quel côté faut-il donner à une plaque d'assise d'une colonne sur laquelle agit un effort de 32000 daN ? L'assise est carrée et la fondation est en briques ordinaires (contrainte admissible de compression : $\sigma_{adm} = 50 \text{ N/cm}^2$).

Réponse : $C = 80 \text{ cm}$

310.06. Un réservoir d'eau de masse 3000 kg et d'une capacité de 25 m³ repose sur un sommier en fonte.

- Calculer la contrainte de compression dans une section droite de l'âme du sommier lorsque le réservoir est plein;
- Le sommier repose sur une tour cylindrique creuse, en maçonnerie, de 6 m de hauteur et de 0.33 m d'épaisseur. Calculer la contrainte de compression dans une section droite faite au ras du sol, sachant que la masse volumique de la maçonnerie est de 2400 kg/m³. (La maçonnerie est considérée comme sollicitée à la compression pure.)

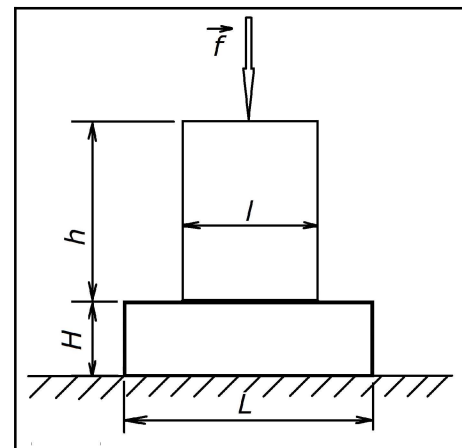


Réponses : a) $\sigma = -1.17 \text{ N/mm}^2$
b) $\sigma = -0.23 \text{ N/mm}^2$

310.07. Quelle doit être la surface totale des fondations d'une maison de 100 tonnes pour que la contrainte exercée sur le sol soit de 10⁵ Pa ?

Réponse : $A \geq 9.81 \text{ m}^2$

310.08. Un pilastre en maçonnerie de briques ($\rho_{brique} = 1800 \text{ kg/m}^3$) a une section carrée uniforme sur une hauteur $h = 8 \text{ m}$ au-dessus d'un empattement, également en brique, d'une épaisseur $H = 40 \text{ cm}$. Calculer le côté l du pilastre ainsi que celui de l'empattement, aussi carré, de côté L , afin qu'ils puissent supporter une charge de 200 kN en tête du pilastre. La hauteur H est-elle suffisante pour n'avoir que de la compression dans l'empattement ? Prendre pour la contrainte admissible dans les briques 600 N/cm² et pour le sol 10 N/cm².



Réponses : arrondi au cm supérieur
 $l = 19 \text{ cm}$; $L = 157 \text{ cm}$
 $H_{min} = 64 \text{ cm} < 40 \text{ cm! KO}$

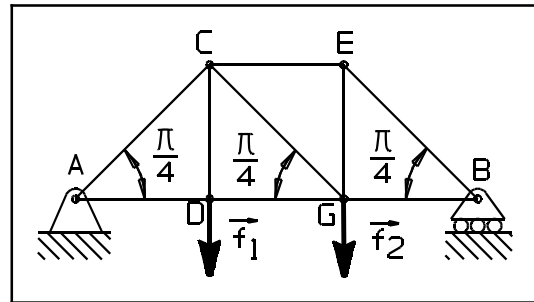
Exercices concernant principalement les “treillis” (§ 3.12.)

312.01. Déterminer les efforts dans les barres du treillis représenté ci-contre (toutes les barres inclinées font un angle de $\pi/4$ avec l’horizontale).

Les forces appliquées valent chacune 2 kN.

Réponses :

| Barre | T - C | Intensité [N] |
|---|-------|---------------|
| $f_A = \overline{BG} = \overline{EG} = \overline{DG}$ | T | 2000 |
| $f_B = \overline{AD} = \overline{CD}$ | - | - |
| $\overline{BE} = \overline{AC}$ | C | 2828 |
| \overline{CE} | C | 2000 |
| \overline{CG} | - | 0 |

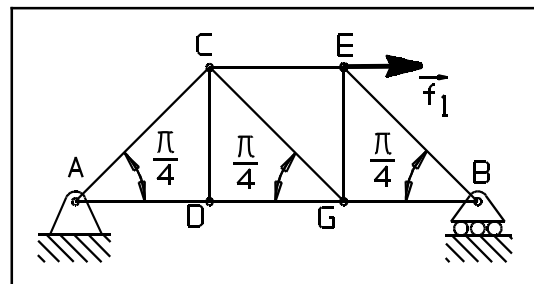


312.02. Le treillis ci-contre est constitué de barres articulées. Toutes les barres inclinées font un angle de $\pi/4$ avec l’horizontale. La force appliquée vaut 3000 N.

- Déterminer les réactions d’appui en A et B.
- Déterminer les efforts dans les barres \overline{DG} , \overline{CG} et \overline{CE} ; préciser s’il s’agit d’efforts de traction ou de compression.

Réponses :

| Barre | T - C | Intensité [N] |
|-----------------|-------|---------------|
| \overline{DG} | T | 2000 |
| \overline{CG} | C | 1414 |
| \overline{CE} | T | 2000 |

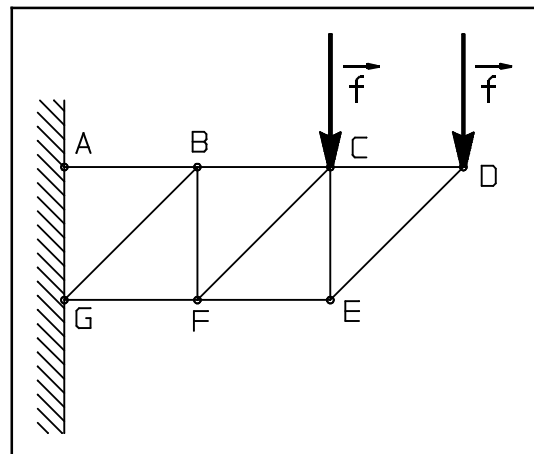


312.03. Pour le treillis représenté ci-contre, soumis à l’action de deux forces extérieures \vec{f} (valant chacune 1 kN), verticales et appliquées en C et D, déterminez :

- les réactions d’appui aux 2 articulations A et G;
- les efforts ainsi que la nature de ces efforts (traction ou compression) dans chacune des barres.

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{GF} = \overline{FE} = 1 \text{ m}$$

$$\overline{BG} = \overline{CF} = \overline{DE} = \sqrt{2} \text{ m}.$$

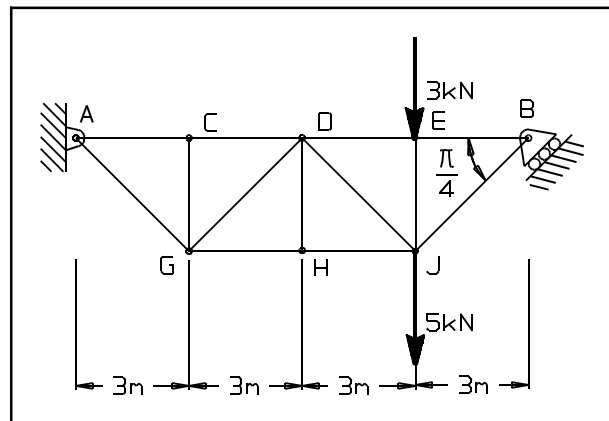


Réponses :

| Barre | T - C | Intensité [N] | Barre | T - C | Intensité [N] |
|------------------|-------|---------------|------------------|-------|---------------|
| $\overline{f_A}$ | | 5000 | $\overline{f_B}$ | | 5385 |
| \overline{CD} | T | 1000 | \overline{BG} | C | 2828 |
| \overline{CE} | T | 1000 | \overline{EF} | C | 1414 |
| \overline{EF} | C | 1000 | \overline{BC} | T | 3000 |
| \overline{CF} | C | 2828 | \overline{FG} | C | 3000 |
| \overline{BF} | T | 2000 | | | |

312.04. Pour le treillis représenté ci-contre, soumis à l'action de deux forces extérieures verticales et appliquées en E et J, déterminez :

- les réactions d'appui en A et B;
- la nature (traction ou compression) et la grandeur de l'effort associé à chacune des barres constituant les nœuds B, E, H et J.



Réponses :

| Barre | T - C | Intensité [kN] | Barre | T - C | Intensité [kN] |
|------------------|-------|----------------|------------------|-------|----------------|
| $\overline{f_A}$ | | $\sqrt{40}$ | $\overline{f_B}$ | | 8.49 |
| \overline{BE} | C | 12 | \overline{BJ} | T | 8.49 |
| \overline{DE} | C | 12 | \overline{EJ} | C | 3 |
| \overline{HJ} | T | 4 | \overline{GH} | T | 4 |
| \overline{DJ} | T | 2.83 | \overline{DH} | - | 0 |

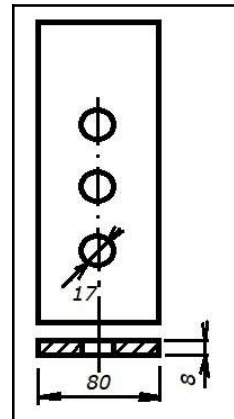
Exercices concernant principalement l' "EUROCODE" (§ 3.13.)

313.01. Un plat de 80 x 8, en S235, est fixé sur une tôle par une rangée de boulons M16. Quel est l'effort de traction, permanent, que ce plat peut-il reprendre ? (Trous de passage des boulons : 17 mm.)

Réponse : $N_{Ed} = 96768 \text{ N}$

313.02. Un plat de 10 mm d'épaisseur, en S235, est fixé par une rangée de boulons M20. Quelle largeur faut-il lui donner pour qu'il puisse supporter une charge permanente en traction de 45 kN ? (Trous de passage des boulons : 21 mm.)

Réponse : $l \geq 44.4 \text{ mm} \Rightarrow 45 \text{ mm}$



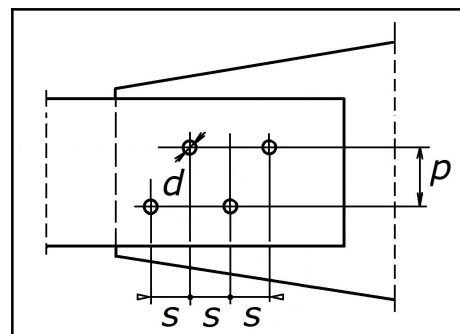
313.03. Un plat de 130 x 8 est attaché comme l'indique la figure ci-contre. Il supporte une charge de 85 kN. Quelle est sa contrainte, sans tenir compte d'une éventuelle concentration de contraintes ?

Données :

$d = 20 \text{ mm}$ (Trous de passage des boulons : 21 mm)

$s = 50 \text{ mm}$; $p = 60 \text{ mm}$.

Réponse : $\sigma = 108.0 \text{ N/mm}^2$



Exercices récapitulatifs

3S.01. Un servomoteur est actionné par un piston de 200 mm de diamètre sur lequel agit une pression d'huile de 40 bars. Calculer la contrainte de compression sur la tige du piston de 60 mm de diamètre.

Calculer ensuite le diamètre des 6 goujons serrant la culasse du cylindre sachant que la contrainte admissible dans le boulon est : $\sigma_{adm\text{boulon}} = 80 \text{ N/mm}^2$.

Réponses : $\sigma = -44.4 \text{ N/mm}^2$

Diamètre du noyau d'un boulon : 18.3 mm; on choisira un filetage M24, celui de M22 n'étant pas normalisé.

3S.02. La coque sphérique utilisée pour une expédition sous-marine à un diamètre de 2.25 m et une épaisseur de 2 cm. La contrainte à ne pas dépasser est de 300 N/mm². Quelle est la profondeur maximale autorisée ? Pour l'eau de mer : $\rho = 1024 \text{ kg/m}^3$.

Réponse : 1060 m

3S.03. Le fond d'un cylindre de machine à vapeur est fixé par 12 boulons. Le diamètre d'alésage du cylindre est 340 mm et la pression effective $p_{eff} = 100 \text{ N/cm}^2$.

- Calculer la poussée maximale sur le fond;
- Déterminer le diamètre des boulons en supposant que chacun d'eux supporte la même fraction de la poussée.

On prendra la contrainte admissible dans les boulons égale à 60 N/mm². Cette valeur est choisie faible pour les raisons suivantes :

- Les boulons supportent un effort de traction mal connu provoqué par le serrage des écrous à la pose du fond;
- Ils sont soumis à des efforts ondulés (répétés) à chaque phase d'admission de la vapeur.

Réponses : a) $F = 91000 \text{ N}$ b) $d = 16 \text{ mm}$

3S.04. Démontrer la formule de l'épaisseur minimale pour une coque sphérique.

Réponse :
$$e_{sphère} \geq \frac{p_{eff} d}{4 \sigma_{adm}}$$

3S.05 Un fil en acier long de 600 m soutient un poids de 800 N à son extrémité inférieure. La masse volumique de l'acier est de 7800 kg/m³ et son module d'élasticité linéaire $E = 210000 \text{ N/mm}^2$. On donne également la contrainte maximale admissible qui est de 120 N/mm².

- Quelle est la surface de la section droite du fil ?
- Quel est l'allongement du fil ?

Réponses : a) $A_0 = 10.8 \text{ mm}^2$ b) $\Delta l = 343 \text{ mm}$