Version du 13 août 2025 (15h08)

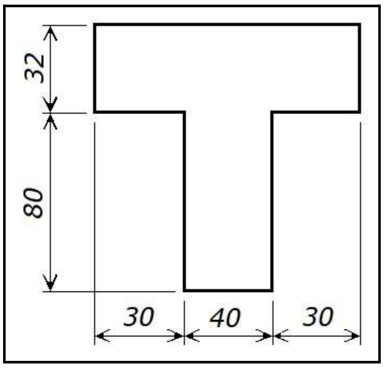
Problèmes sur le chapitre 4

Exercices concernant principalement le "*centre de gravité*" (*§ 4.2.*)

Remarque : Les coordonnées du centre de gravité seront données, sauf indications contraires, par rapport au coin inférieur gauche de la surface.

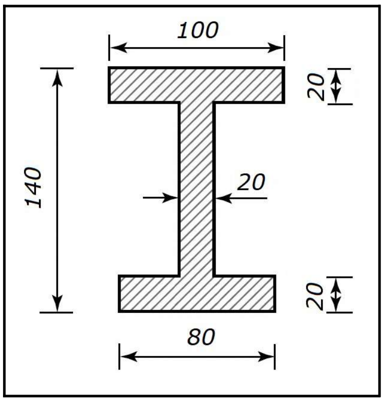
42.01. Déterminer la position du centre de gravité de la surface ci-contre (dimensions en *mm*).

Réponse : *G* (0; 68) sur l'axe de symétrie



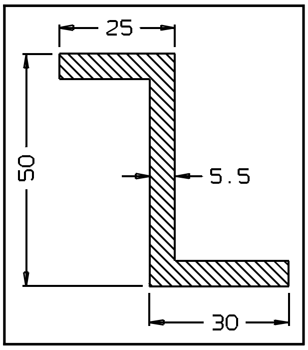
42.02. Déterminer la position du centre de gravité *G* du profilé ci-contre (dimensions en *cm*).

Réponse : G (0; 74.29) sur l'axe de symétrie



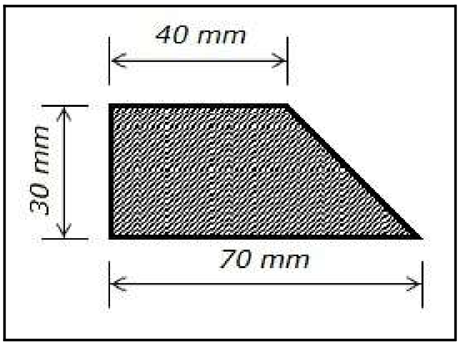
42.03. Déterminer la position du centre de gravité *G* du profilé ci-contre. Vérifier le résultat par la méthode de Guldin.

Réponse : $x_G = 4.07\ mm$; $y_G = 23.82\ mm$

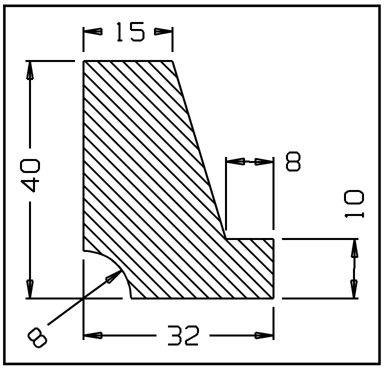


42.04. Déterminez la position du centre de gravité *G* de la figure plane ci-contre.

Réponse : *G* (28.18; 13.64)

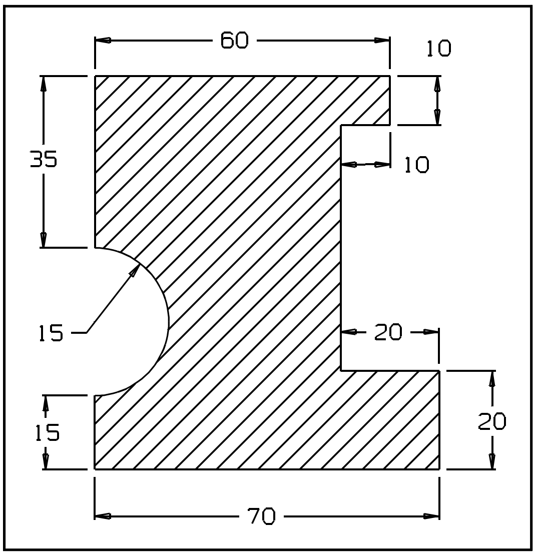


42.05. Déterminer la position du centre de gravité de la surface ci-contre :
1) par décomposition en surfaces simples;
2) par application du théorème de Guldin.



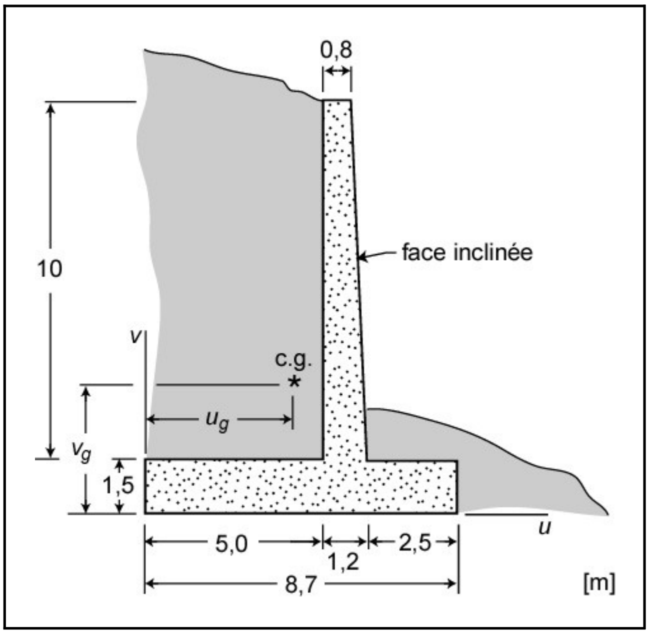
Réponse : Les coordonnées sont données par rapport au centre du quart de cercle.
$x_G = 12.58\,mm$; $y_G = 18\,mm$

42.06. Déterminer le centre de gravité de la figure ci-contre.



Réponse : $x_G = 30.69\,mm$
$y_G = 38.80\,mm$

42.07. La figure ci-contre montre la section transversale d'un mur de soutènement en béton armé avec la semelle de fondation. Il s'agit de déterminer le centre de gravité de la section en se référant aux axes u et v. Si le mur et la semelle ont 15 *m* de longueur, quel est le volume ? et le poids ? Donnée : la masse volumique du béton est égale à 2400 *kg/m*³.

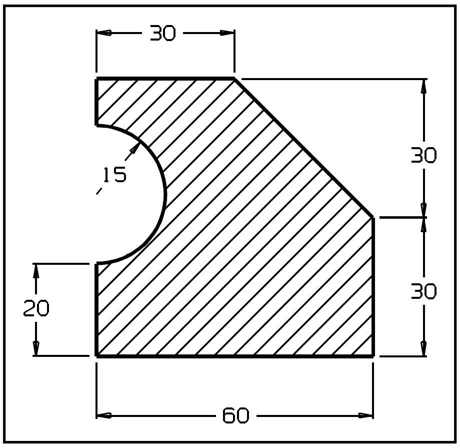


Réponses : $u_g = 4.85\,m$
$v_g = 3.10\,m$
$Volume = 345.75\,m^3$
$Poids = 8140\,kN$

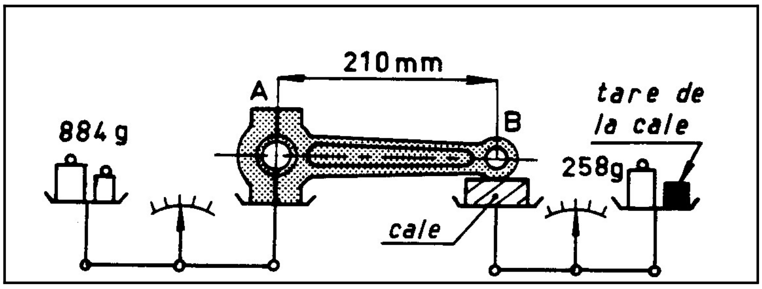
42.08. Rechercher le centre de gravité de la surface ci-contre (dimensions en *mm*) :

1) par décomposition en surfaces simples;
2) par application du théorème de Guldin.

Réponse : $x_G = 29.76\,mm$; $y_G = 26.15\,mm$



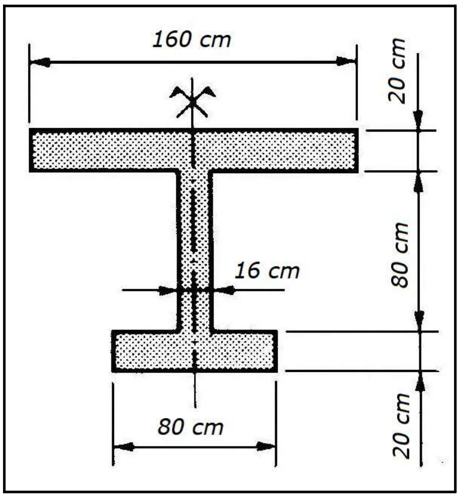
42.09. Pour déterminer la position du centre de gravité d'une bielle on peut procéder comme l'indique la figure ci-dessous. On pèse les poussées exercées par la bielle sur les plateaux de deux balances différentes. Déterminer ce centre dans le cas de figure.



Réponse : Le centre de gravité se trouve à 47.4 *mm* du point A.

Exercices concernant principalement le "*moment d'inertie*" (*§ 4.3.*)

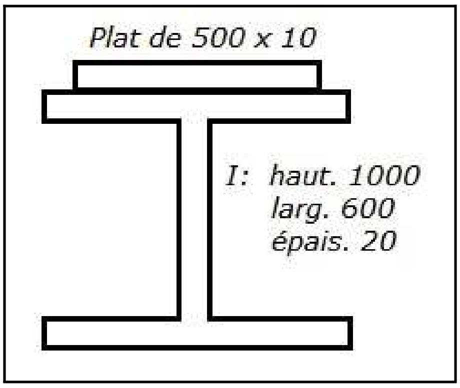
43.01. Déterminer, pour la section droite âme-semelles d'une poutre en béton, le centre géométrique, les axes centraux principaux d'inertie, les moments d'inertie et les rayons de giration correspondants.



Réponses : $G\left(0; 73.16\, cm\right)$

$$I_{ACPI\,1} = 1.179\,10^{7}\ cm^{4}$$
$$I_{ACPI\,2} = 0.771\,10^{7}\ cm^{4}$$
$$i_{g\ ACPI\,1} = 44.04\, cm$$
$$i_{g\ ACPI\,2} = 35.60\, cm$$

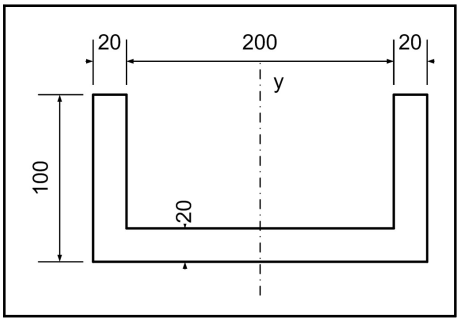
43.02. Soit un profilé métallique renforcé par un plat soudé d'épaisseur 10 *mm* sur la semelle supérieure.
On demande les moments d'inertie par rapport aux ACPI.



Réponses : $y_G = 55.24\, cm$ (par rapport à la base de la semelle du "I")

$$I_{ACPI\,1} = 838\,065\, cm^{4}$$
$$I_{ACPI\,2} = 82\,481\, cm^{4}$$

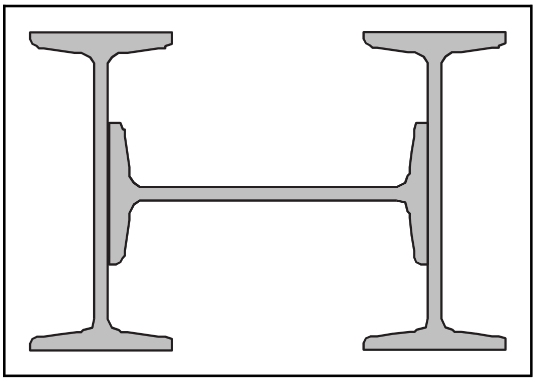
43.03. Calculer les moments d'inertie par rapport aux ACPI ainsi que les rayons de giration de la figure ci-contre.



Réponses : $I_{x\,G} = 667\, cm^{4}$; $I_{y\,G} = 6190\, cm^{4}$

$i_x = 2.89\, cm$; $i_y = 8.8\, cm$

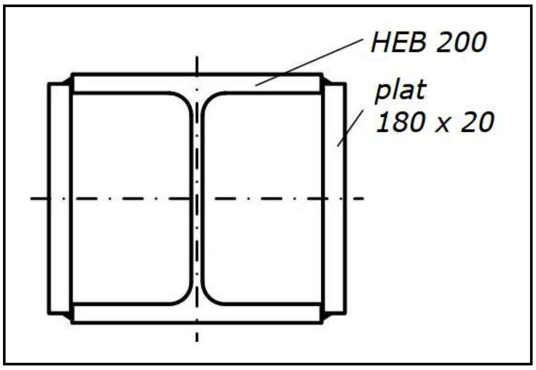
43.04. Un poteau bi-encastré est composé de trois poutrelles, IPN 200, accolées. Calculer les moments d'inertie de la section de ce poteau par rapport aux ACPI.



Réponses : $I_{ACPI\,1} = 4\,397\, cm^{4}$

$$I_{ACPI\,2} = 9\,564.4\, cm^{4}$$

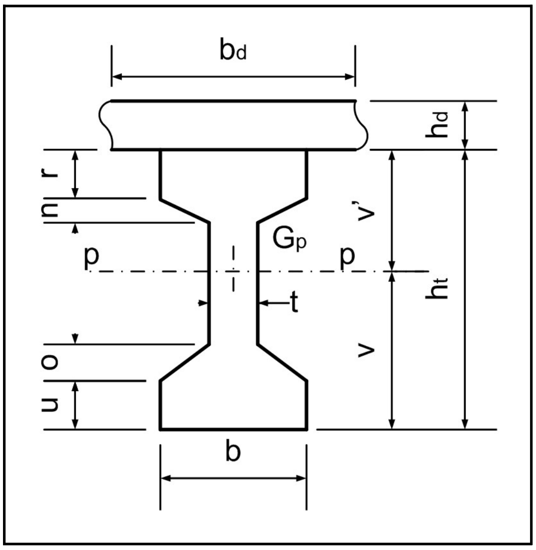
43.05. Déterminez les moments d'inertie par rapport aux ACPI de la poutrelle composée-soudée en acier ci-contre.



Réponses : $I_{ACPI\,1} = 7\,640\,cm^4$

$I_{ACPI\,2} = 10\,739\,cm^4$

43.06. Soit une poutre en béton précontraint dont on donne toutes les caractéristiques géométriques; cette poutre est solidarisée en phase ultime avec une dalle de béton armé de 15 *cm* d'épaisseur. La largeur collaborante de la dalle est estimée à 2 *m*.
On demande de déterminer le centre de gravité et le moment d'inertie de la poutre composite. (Il s'agit de l'inertie par rapport à l'axe horizontal passant par le centre de gravité de l'ensemble).



Données :
Dalle :

$h_d = 15\,cm \quad b_d = 200\,cm$

Poutre Ergon 70/30

$h_t = 70\,cm \quad b = 29\,cm$

$r = 14\,cm \quad t = 8\,cm \quad n = 9\,cm$

$u = 9\,cm \quad o = 11\,cm$

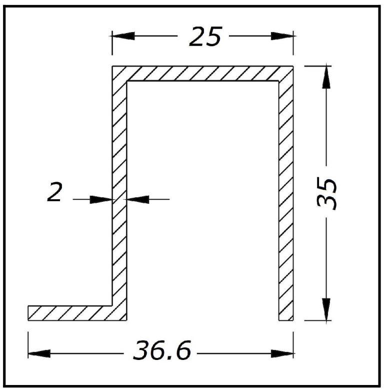
$A = 1269\,cm^2 \quad I_{pp} = 762\,602\,cm^4$

$v = 35.17\,cm \quad I_{pp}/v = 21684\,cm^3$

$v' = 34.83\,cm \quad I_{pp}/v' = 21893\,cm^3$

Réponses : $d_{G\,tot} = 64.92\,cm$ (par rapport à la semelle) $I_{G\,tot} = 2\,416\,766\,cm^4$

43.07. Rechercher le centre de masse du profil type 414A ci-contre, utilisé en carrosserie. Déterminer les moments d'inertie par rapport aux axes (x, y) (horizontal et vertical) passant par le centre de gravité. (Dimensions en *mm*)

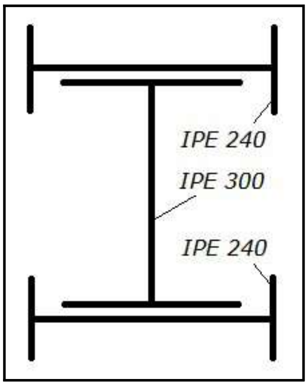


Réponses : Les coordonnées sont données par rapport au coin inférieur gauche.

$x_G = 20.03\,mm \quad y_G = 19.01\,mm$

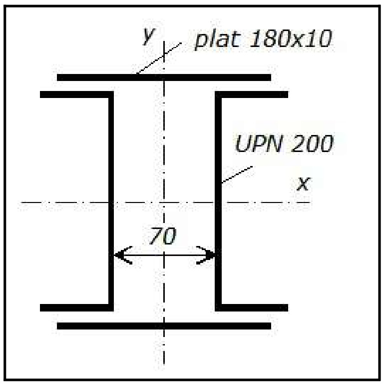
$I_{x\,G} = 31595\,mm^4 \quad I_{y\,G} = 27\,241\,mm^4$

_43.08._ La section droite d'un colonne métallique est composée de trois IPE solidaires, soudées l'un à l'autre. Rechercher les moments d'inertie maximum et minimum.



Réponses : $I_{\max} = 27\,253\,cm^4$ $\quad I_{\min} = 8\,386\,cm^4$

_43.09._ La section droite d'une poutre de pont roulant est composée de 2 UPN 200 et de 2 plats de 180 x 10, soudées l'un à l'autre. Rechercher les moments d'inertie maximum et minimum.

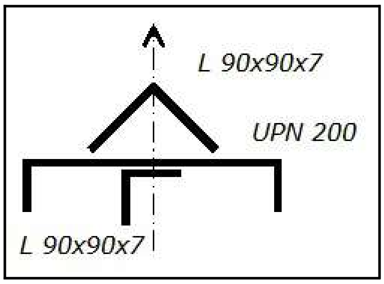


Réponses : $I_x = 7\,792\,cm^4$ $\quad I_y = 3\,216\,cm^4$

_43.10._ Recherchez la position du centre de gravité de la poutre ci-contre. Calculez ensuite les moments d'inertie par rapport à un axe horizontal (et vertical) passant par le centre de gravité de la poutre composée. Celle-ci est composée de :

- 2 "L" de 90 x 90 x 7
- 1 UPN de 200

Remarque : l'axe vertical passe par le centre de gravité de chacune des 3 sections.

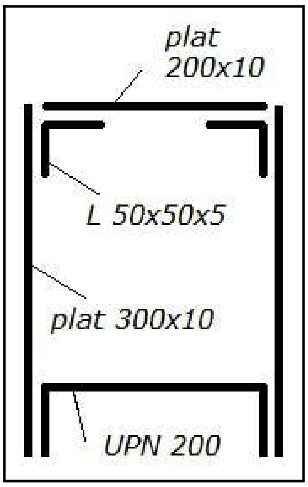


Réponses : $y_G = -\,1.17\ cm$ (par rapport à l'âme de l' UPN) $\quad I_{G\ horizontal} = 584.9\ cm^4$

$I_{G\ vertical} = 2\,149.7\ cm^4$

_43.11._ Déterminer le centre de gravité et les inerties principales de la poutre composée ci-contre. Celle-ci est composée de :

- 1 plat de 200 x 10
- 2 plats de 300 x 10
- 2 "L" de 50 x 50 x 5
- 1 UPN de 200



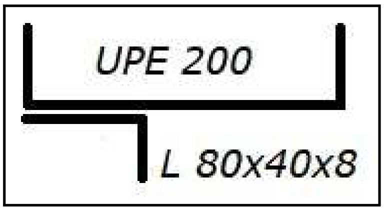
Réponses : Les coordonnées sont données par rapport au coin inférieur gauche.

$x_G = 100\,mm$ $\quad y_G = 158.6\,mm$

$I_{x\,G} = 13\,222.9\ cm^4$ $\quad I_{y\,G} = 9\,928.7\ cm^4$

43.12. Déterminer le centre de gravité ainsi que les inerties suivant l'axe x et y passant par G (x étant parallèle à la semelle du U), de la poutre composée ci-contre. Elle est composée de :

- 1 "L" de 80 x 40 x 8
- 1 UPE de 200

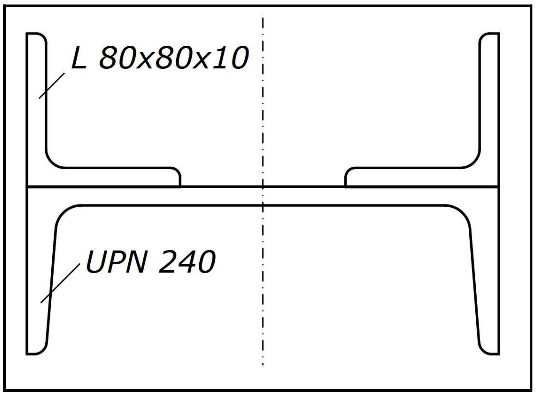


Réponses : Les coordonnées sont données par rapport au bord gauche et à l'axe passant par l'intersection entre le U et le L.

$x_G = 8.83\,cm$ $\quad$ $y_G = 1.75\,cm$

$I_{x\,G} = 284.0\,cm^4$ $\quad$ $I_{y\,G} = 2\,136.5\,cm^4$

43.13. Deux cornières L de 80 x 80 x 10 sont soudées à un profilé UPN 240 tel qu'illustré ci-contre. Evaluez les moments d'inertie par rapport aux ACPI de cette poutrelle composée.



Réponses : Les coordonnées sont données par rapport à l'axe de symétrie et la jonction entre le UPN et les L.

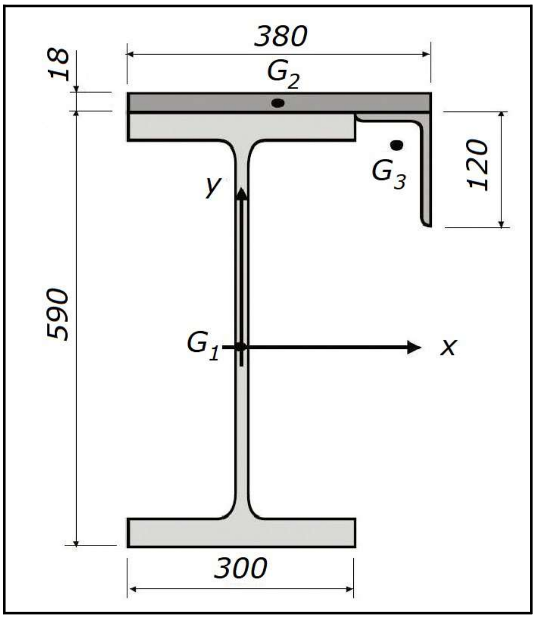
$x_G = 0\,cm$; $y_G = -\,0.31\,cm$

$I_{ACPI\,1} = 786.18\,cm^4$

$I_{ACPI\,2} = 6\,593.13\,cm^4$

43.14. La section droite de la partie poutre de la contre flèche d'une grue à tour est représentée ci-contre. La section droite se compose d'un profilé HEA 600, d'un plat 380 x 18 mm^2, et d'une cornière à ailes inégales 120 x 80 x 12.

1) Calculez les coordonnées du centre de gravité de la section droite dans le repère (G1; x; y).
2) Déterminez les moments d'inertie par rapport aux axes G_1 x et G_1 y .

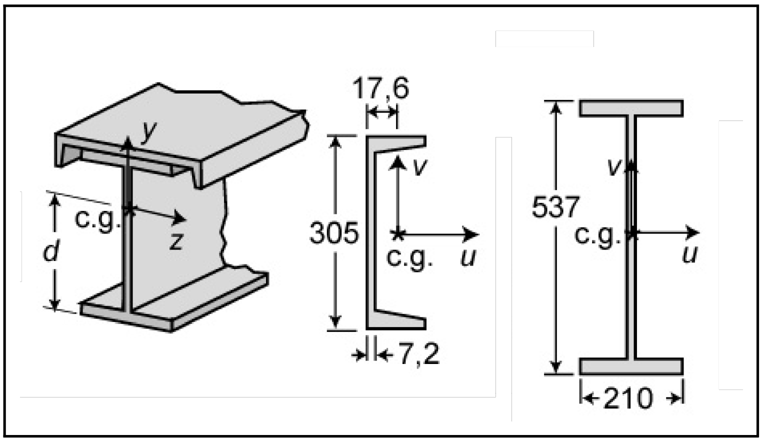


Réponses : $x_G = 2.36\,cm$; $y_G = 8.37\,cm$

$I_{G1\,x} = 219\,514.54\,cm^4$

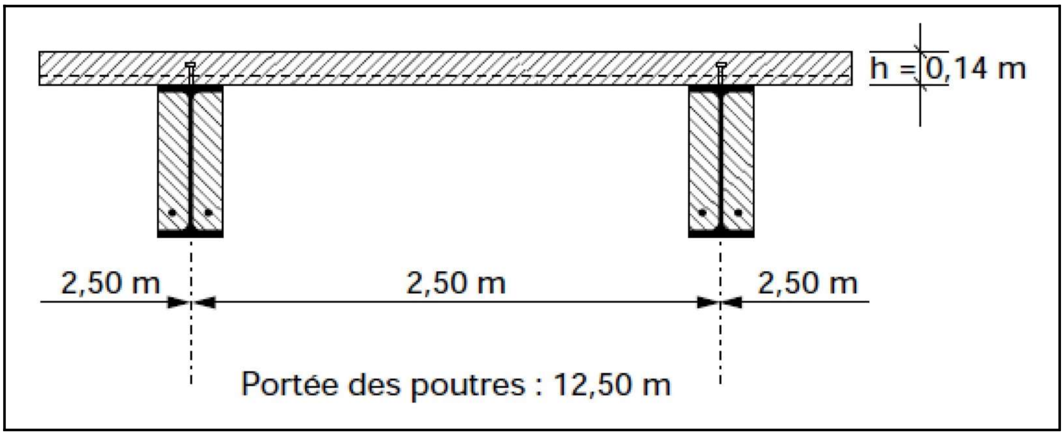
$I_{G1\,y} = 30\,756.77\,cm^4$

43.15. La pièce constituée d'un profilé en I (W530x210x101 = W21x8.25x68) et d'un profilé en C (C310x30.8 = C12x20.7) est une poutre de pont roulant. La poutre en I est renforcée contre le déversement en ajoutant un profilé en C sur l'aile supérieure de la poutre.
Il s'agit de calculer la position du centre de gravité et les moments d'inertie par rapport aux axes Oy et Oz de cette section composée.



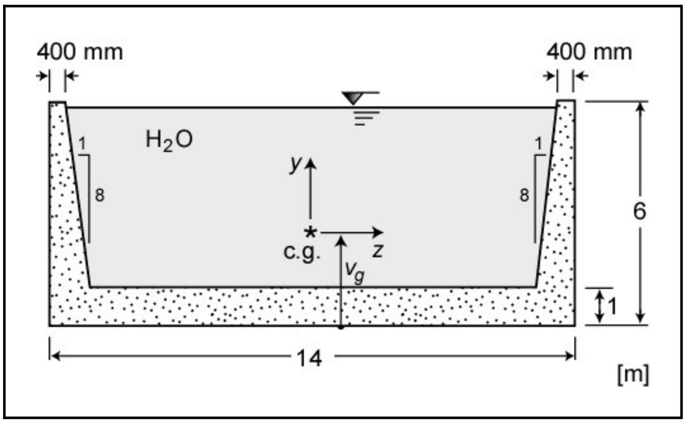
Réponses : $I_{ACPI\ z} = 82\,025.62\ cm^4$ $I_{ACPI\ y} = 8\,032.0\ cm^4$

43.16. Calculer la position du centre de gravité de la poutre IPE A 600 avec son plancher collaborant en béton. Calculer ensuite le moment d'inertie de cette poutre composée par rapport à son ACPI horizontal.
Remarque : on ne tiendra pas compte du béton qui rempli la poutrelle dans le calcul des moments d'inertie, mais bien dans le calcul du centre de gravité.



Réponse : $I_{x\ tot} = 1\,436\,922\ cm^4$

43.17. La section transversale d'un canal d'évacuation de crues est montrée sur la figure ci-contre. Déterminer la position du centre de gravité et les moments d'inertie de la section par rapport aux axes Oy et Oz. Si la vitesse de l'eau dans le canal est égale à 4.5 *m/s*, quel est le débit maximal (en m^3/s) qui peut être évacué avant que l'eau passe par-dessus les parois verticales.



Réponses : $V_g = 1.39\ m$

$I_y = 541.4\ m^4$; $I_x = 47.75\ m^4$; $q_V = 283\ m^3/s$

43.18. A quel écartement 2 e faut-il placer 2 fers U pour que l'ensemble donne $I_x = I_y$?

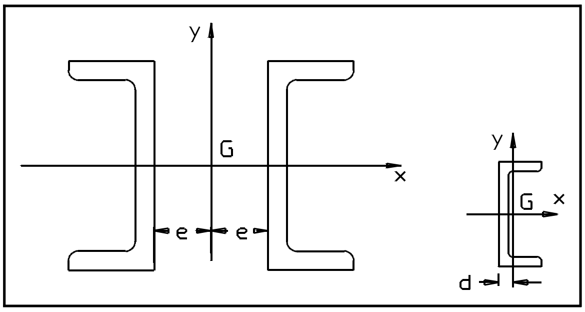
Le UPN 240 à les caractéristiques suivantes :

$A = 42.3\ cm^3$

$d = 2.23\ cm$

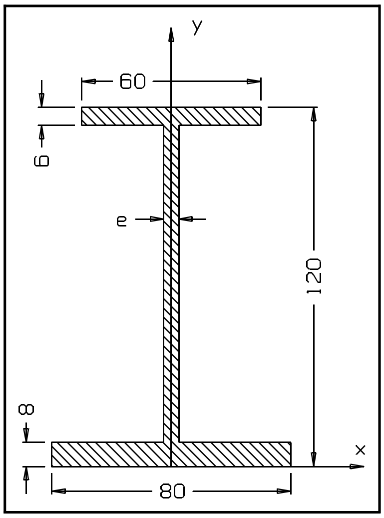
$I_{x\,P} = 3\,600\ cm^4$

$I_{y\,P} = 248\ cm^4$



Réponses : $e_1 = 6.66\ cm$; $e_2 = -11.14\ cm$ (à rejeter)

Exercices de synthèse



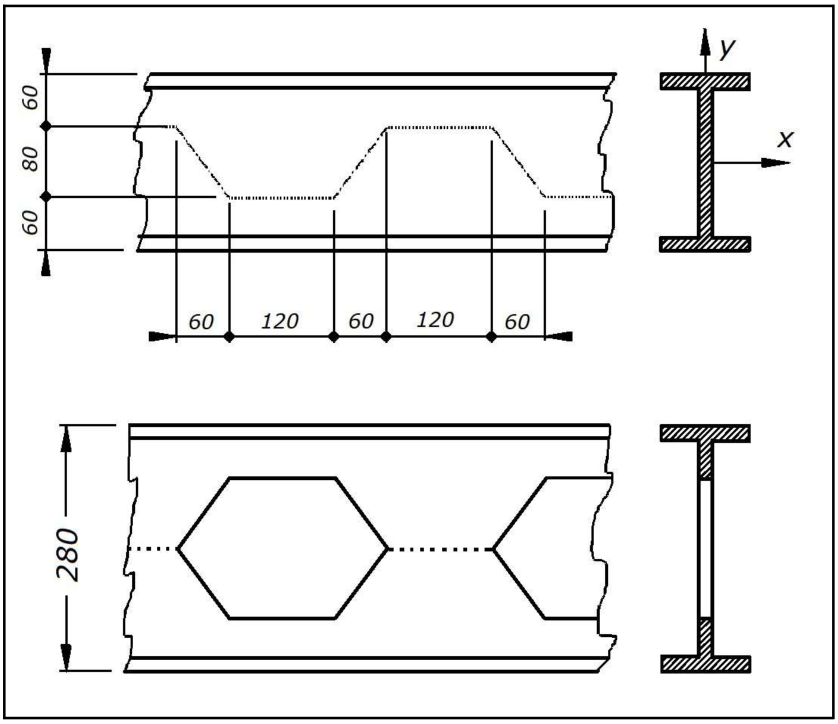
4S.01. Pour ce profilé en "I", on souhaite que le centre de gravité G se trouve à une hauteur de 51 *mm*, mesurée à partir de la face inférieure de la semelle de 80 *mm*. Que doit dès lors valoir l'épaisseur *e* de l'âme de ce profilé ?
Rechercher aussi la valeur du rapport : $K = I_x / I_y$.

<u>*Réponses*</u> : $e = 5.96\,mm \approx 6\,mm$; $K = I_x / I_y = 17.48$

4S.02. Une poutre en treillis (voir page suivante) est composée par un assemblage de divers profilés. Calculez la section *A*, l'inertie suivant l'axe UU, les distances *v* et *v'* ainsi que les modules de résistance à la flexion correspondants. <u>*Remarque*</u> : pour le calcul de la surface ne pas décompter les trous de rivets car ils sont négligeables.

<u>*Réponses*</u> : $A = 261.6\,cm^3$; $v = 50.6\,cm$; $v' = 73.8\,cm$ $I_{UU} = 795657\,cm^4$
$I_{UU}/v = 15724\,cm^3$; $I_{UU}/v' = 10781\,cm^3$

4S.03. Poutre évidée. On découpe une poutrelle IPE 200 suivant le trait pointillé. On ressoude les deux morceaux obtenus en les décalant de 180 *mm* pour obtenir une poutre dont l'âme est évidée par des trous hexagonaux. Comparer le I_x de la nouvelle poutrelle obtenue, avec la poutrelle initiale.



<u>*Réponse*</u> : $I_x = 3992\,cm^4$ (nouvelle poutre)

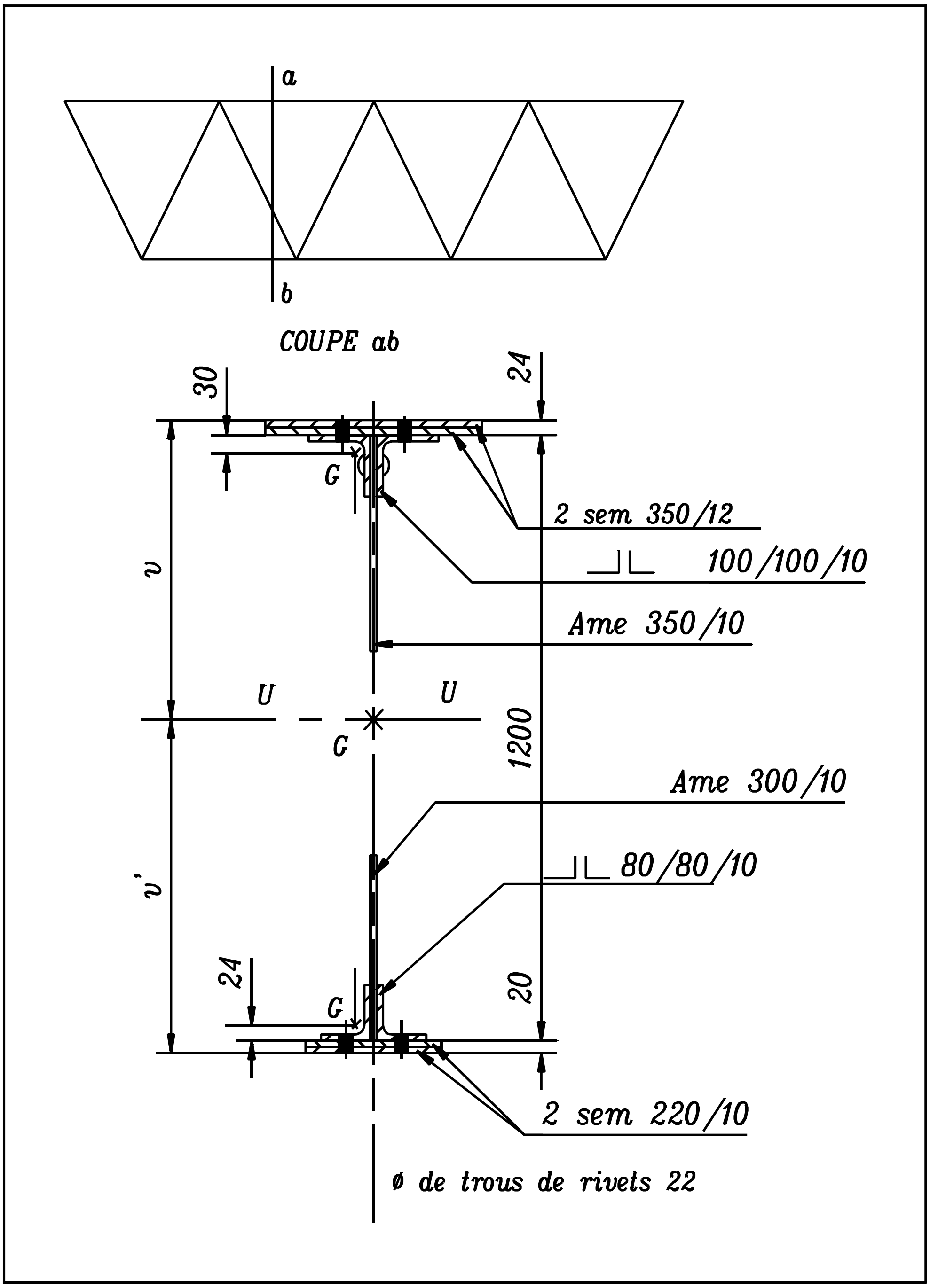


fig. ex4.30 *- 4S.02.*